

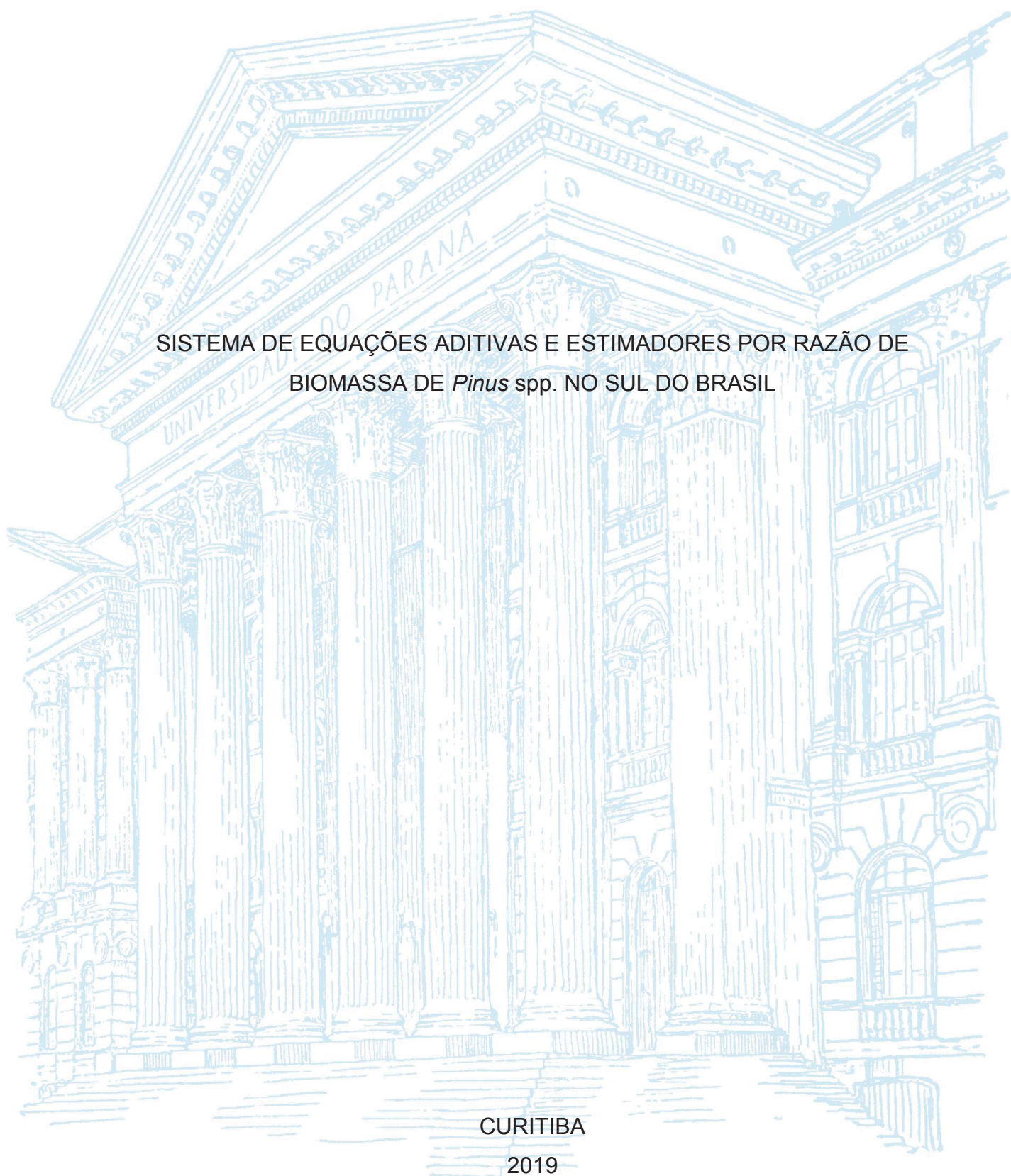
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ORNÉLIO PAULINO ESTEVÃO NHADUCO

SISTEMA DE EQUAÇÕES ADITIVAS E ESTIMADORES POR RAZÃO DE
BIOMASSA DE *Pinus* spp. NO SUL DO BRASIL

CURITIBA

2019



ORNÉLIO PAULINO ESTEVÃO NHADUCO

SISTEMA DE EQUAÇÕES ADITIVAS E ESTIMADORES POR RAZÃO DE
BIOMASSA DE *Pinus* spp. NO SUL DO BRASIL

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia florestal.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Ana Paula Dalla Corte

Coorientador: Prof. Dr. Alexandre Behling

CURITIBA

2019

Ficha catalográfica elaborada pela
Biblioteca de Ciências Florestais e da Madeira - UFPR

Nhaduco, Ornélio Paulino Estevão

Sistema de equações aditivas e estimadores por razão de biomassa
de *Pinus* spp. no sul do Brasil / Ornélio Paulino Estevão Nhaduco. –
Curitiba, 2019.

102 f. : il.

Orientadora: Profa. Dra. Ana Paula Dalla Corte

Coorientador: Prof. Dr. Alexandre Behling

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de
Ciências Agrárias, Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Florestal. Defesa: Curitiba, 03/10/2019.

Área de concentração: Manejo Florestal.

1. Biomassa vegetal – Brasil, Sul. 2. Biomassa vegetal – Modelos
matemáticos. 3. Pinheiro – Brasil, Sul. 4. Teses. I. Dalla Corte, Ana Paula.
II. Behling, Alexandre. III. Universidade Federal do Paraná, Setor de
Ciências Agrárias. IV. Título.

CDD – 634.9

CDU – 634.0.548(816)

Bibliotecária: Berenice Rodrigues Ferreira – CRB 9/1160



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA
FLORESTAL - 40001016015P0

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA FLORESTAL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **ORNÉLIO PAULINO ESTEVÃO NHADUCO** intitulada: **SISTEMA DE EQUAÇÕES ADITIVAS E ESTIMADORES POR RAZÃO DE BIOMASSA DE *Pinus* spp. NO SUL DO BRASIL**, sob orientação da Profa. Dra. ANA PAULA DALLA CORTE, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua *Aprovação* no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 03 de Outubro de 2019.


ANA PAULA DALLA CORTE

Presidente da Banca Examinadora (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)


HENRIQUE SOARES KOEHLER

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)


RAFAELO BALBINOT

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA)

A Deus todo poderoso, aos meus pais
Estevão Fafene Nhaduco e Judite Ernesto
Matavele (*in memoriam*), aos meus
irmãos e a família em geral,

Dedico.

AGRADECIMENTOS

A Deus todo poderoso, pela saúde e proteção no dia a dia.

Aos meus pais (*in memoriam*), pelo amor incondicional e a educação que me deram. Pelos vários momentos que renunciaram os seus sonhos para que o meu se tornasse realidade. A onde quer que estejam, tenho a máxima certeza que estão em júbilo por esta grande realização na minha vida. Pai e mãe, meu amor eterno.

A toda a minha família em especial aos meus irmãos Lina (*in memoriam*), Hortência, Óscar (*in memoriam*), Belmiro, Ofélia, Nádia e Teodoro, pela presença incessante em todos os momentos da minha vida, sejam eles de tristeza ou de alegria. Meus irmãos, minha imensa gratidão.

Ao Instituto de Bolsas de Estudos (IBE) de Moçambique, pela concessão da bolsa de estudo para prosseguir com a minha formação acadêmica.

A UFPR em especial ao PPGEF, por abrir as suas portas e permitir que fizesse parte do corpo discente desta nobre instituição.

Aos meus orientadores Prof^a. Dra. Ana Paula Dalla Corte e Prof. Dr. Alexandre Behling, pela imensurável colaboração na efetivação deste trabalho. Foi uma honra ter sido vosso orientando.

Ao corpo docente da pós-graduação em engenharia florestal da UFPR, especialmente da área de concentração Manejo Florestal, pelos ensinamentos transmitidos com tanto zelo e profissionalismo.

Aos colegas de turma de Manejo Florestal e do laboratório BIOFIX, pela amizade e companheirismo durante o período de formação. Fica o meu maior apreço por todos vocês.

Aos meus compatriotas moçambicanos também em missão de estudos no Brasil, especificamente em Curitiba, pela irmandade. Foi um prazer enorme partilhar cada instante nesses quase dois anos de convivência.

Ao Eng^{os}. Narciso Bila e Cláudio Gumane, pela calorosa recepção e encaminhamento a quando da minha chegada ao território brasileiro.

Aos colegas de trabalho da Universidade Eduardo Mondlane (UEM), especialmente os professores Dr. Agnelo Fernandes, Dr. Mário Falcão e Dr. Tarquinio Magalhães, pela orientação profissional que me tem prestado nesta minha ainda incipiente carreira docente.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação e/ou contribuíram para o êxito deste trabalho, o meu muito obrigado.

*“A educação é a arma mais poderosa que você pode usar para
mudar o mundo.”*

Nelson Mandela.

RESUMO

A modelagem independente tem sido amplamente utilizada em estudos visando obter estimativas de biomassa florestal. Contudo, este tipo de modelagem não atende a premissa de aditividade em seus componentes. Nesse cenário, surge o presente estudo objetivando aplicar os procedimentos de modelagem simultânea e estimadores por razão na estimativa de biomassa de *Pinus* spp. no Sul do Brasil, sob a hipótese de que, em função das restrições impostas aos coeficientes nos procedimentos *NSUR* e razão, as equações resultantes serão aditivas contrariamente a modelagem clássica, resultando portanto em estimadores que melhor representem a condição biológica das árvores. Foram selecionadas 70 árvores de *Pinus* spp. distribuídas nos intervalos de idade (2 – 24 anos) e diâmetro a 1,30 m do solo (1,91 – 40,27 cm), buscando-se sempre selecionar indivíduos médios das condições locais. A amostragem deu-se na forma destrutiva onde foi realizada a quantificação da biomassa dos seguintes componentes: raízes, fuste, casca, galhos, acículas e total. Para cada componente e para o total, vários modelos não lineares foram ajustados pelo método dos mínimos quadrados tomando como variáveis independentes várias combinações das seguintes variáveis biométricas: diâmetro a 1,30 m do solo (*dap*), altura total (*ht*), diâmetro da copa (*dc*) e altura da copa (*hc*). Foram usados como critérios de seleção dos melhores modelos alométricos o R^2_{aj} (%), o S_{yx} (kg), o CV (%), o AIC , o MAE (kg), o MPE (%) e análise gráfica dos resíduos. Com as equações selecionadas procedeu-se o ajuste simultâneo. Para a estimativa da biomassa de *Pinus* spp. por meio de estimadores por razão foi considerada a biomassa dos componentes (raízes, fuste, casca, galhos e acículas) e biomassa total como variáveis dependentes e o volume total das árvores estimado pela equação $\log(\hat{v}_i) = -4,28283 + 1,84671 \log(d_i) + 1,07949 \log(ht_i) + \varepsilon_i$ derivando do ajuste do modelo de Schumacher e Hall na sua forma linearizada como variável independente. O modelo da razão empregado para cada componente foi $\hat{R}_m = \sum_{i=1}^n y_{mi} / \sum_{i=1}^n x_i$. Tendo sido detectada heteroscedasticidade, os respectivos modelos foram reajustados com ponderação por meio da modelagem da estrutura da variância, nos procedimentos de estimadores por regressão e estratificação em dois estágios (classes de *dap* e classes de \hat{R}_m) complementados com análise de discriminantes, no procedimento de estimadores por razão. Numericamente observou-se pouca alteração das estatísticas de ajuste com aplicação da modelagem simultânea em detrimento da modelagem independente, porém, este procedimento trouxe consistência biológica nas estimativas ao garantir que a soma das estimativas da biomassa dos componentes corresponda à estimativa da biomassa total. Comparativamente aos estimadores *WNSUR*, os estimadores da razão melhoraram em quase todos os componentes de biomassa a exatidão das estimativas e asseguraram a premissa de aditividade dos componentes de forma natural.

Palavras-chave: Ajuste independente. Ajuste simultâneo. Heteroscedasticidade. Aditividade.

ABSTRACT

Independent modeling has been widely used in studies aiming to obtain estimates of forest biomass. However, this type of modeling does not meet the premise of additivity in its components. In this scenario, the present study aims to apply the simultaneous modeling procedures and ratio estimators in the estimation of biomass of *Pinus* spp. in Southern Brasil, under the hypothesis that, due to the constraints imposed on the coefficients in the NSUR and ratio procedures, the resulting equations will be additive unlike classical modeling, thus resulting in estimators that best represent the biological condition of the trees. 70 trees of *Pinus* spp. distributed in age range (2 - 24 years) and diameter at 1.30 m height (1.91 - 40.27 cm) were selected, always seeking to select average individuals from local conditions. Sampling occurred in the destructive form where the biomass quantification of the following components was performed: roots, stem, bark, branches, leaves and total. For each component and total biomass, several nonlinear models were adjusted by the least squares method using as independent variables several combinations of the following biometric variables: *dbh*, total height (*ht*), crown diameter (*dc*) and crown height (*hc*). The following criteria were used to select the best models: R^2_{aj} (%), S_{yx} (kg), CV (%), AIC , MAE (kg), MPE (%) and graphical analysis of residues. With the selected equations the simultaneous adjustment was carried out. For the estimation of the biomass of *Pinus* spp. by ratio estimators method was considered the biomass of the components (roots, stem, bark, branches and leaves) and total biomass as dependent variables and the total volume of trees estimated by equation $\log(\hat{v}_i) = -4,28283 + 1,84671\log(d_i) + 1,07949\log(ht_i) + \varepsilon_i$ derived from the Schumacher and Hall model fit in its linearized form as an independent variable. The ratio estimators model used for each component was $\hat{R}_m = \sum_{i=1}^n y_{mi} / \sum_{i=1}^n x_i$. When heteroscedasticity was detected, the respective models were readjusted with weighting by modeling the variance structure in the procedures of regression estimators and stratification in two stages (classes of *dbh* and classes of \hat{R}_m) complemented with discriminant analysis in the procedure of ratio estimators. Numerically, there was little change in the adjustment statistics with simultaneous modeling, but this procedure brought biological consistency in the estimates by ensuring that the sum of the biomass estimates of the components corresponds to the total biomass estimate. Compared to WNSUR estimators, the ratio estimators improved in almost all biomass components the accuracy of the estimates and ensured the additive premise of the components in a natural way.

Keywords: Independent adjustment. Simultaneous adjustment. Heteroscedasticity. Additivity.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	– REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO PROCESSO DE ESTRATIFICAÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS: ESTRATIFICAÇÃO POR CLASSES DIAMÉTRICAS (PRIMEIRO ESTÁGIO DE ESTRATIFICAÇÃO) E ESTRATIFICAÇÃO POR CLASSES DE COEFICIENTES ANGULARES OBTIDOS PELA RAZÃO ENTRE BIOMASSA TOTAL OBSERVADA E O VOLUME TOTAL ESTIMADO (SEGUNDO ESTÁGIO DE ESTRATIFICAÇÃO).....	41
FIGURA 2	– DIAGRAMAS DE DISPERSÃO DA BIOMASSA DE CADA COMPONENTE ARBÓREO EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO A 1,30 m DO SOLO (dap).	49
FIGURA 3	– DIAGRAMAS DE DISPERSÃO DA BIOMASSA DE CADA COMPONENTE ARBÓREO EM FUNÇÃO DA ALTURA TOTAL (ht).49	
FIGURA 4	– DIAGRAMAS DE DISPERSÃO DA BIOMASSA DE CADA COMPONENTE ARBÓREO EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO DA COPA (dc).....	50
FIGURA 5	– DIAGRAMAS DE DISPERSÃO DA BIOMASSA DE CADA COMPONENTE ARBÓREO EM FUNÇÃO DA ALTURA DA COPA (hc).....	50
FIGURA 6	– RESÍDUOS EM FUNÇÃO DA BIOMASSA ESTIMADA (kg) NO AJUSTE INDEPENDENTE NÃO PONDERADO; (a) BIOMASSA DAS RAÍZES; (b) BIOMASSA DO FUSTE; (c) BIOMASSA DA CASCA; (d) BIOMASSA DOS GALHOS; (e) BIOMASSA DAS ACÍCULAS; (f) BIOMASSA TOTAL.....	60
FIGURA 7	– RESÍDUOS EM FUNÇÃO DA BIOMASSA ESTIMADA (kg) NO AJUSTE INDEPENDENTE PONDERADO: (a) BIOMASSA DAS RAÍZES; (b) BIOMASSA DO FUSTE; (c) BIOMASSA DA CASCA; (d) BIOMASSA DOS GALHOS; (e) BIOMASSA DAS ACÍCULAS; (f) BIOMASSA TOTAL.....	63
FIGURA 8	– NÃO ADITIVIDADE (%) DA BIOMASSA TOTAL ESTIMADA POR MEIO DO AJUSTE INDEPENDENTE NÃO PONDERADO (a, b, c, d E e) E AJUSTE INDEPENDENTE PONDERADO (f, g, h, i E j) EM FUNÇÃO DO dap, ht, dc, hc E VOLUME NÃO PONDERADO (dap^2ht).	65

FIGURA 9 – NÃO ADITIVIDADE (kg) DA BIOMASSA TOTAL ESTIMADA POR MEIO DO AJUSTE INDEPENDENTE NÃO PONDERADO (a, b, c, d E e) E AJUSTE INDEPENDENTE PONDERADO (f, g, h, e E J) EM FUNÇÃO DO dap, ht, dc, hc E VOLUME NÃO PONDERADO (dap^2ht).	66
FIGURA 10 – DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (EM <i>m</i> E EM %) EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO DA COPA (dc) ESTIMADO PARA <i>Pinus</i> spp. NO SUL DO BRASIL.	69
FIGURA 11 – DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (EM <i>m</i> E EM %) EM FUNÇÃO DA ALTURA DA COPA (hc) ESTIMADA PARA <i>Pinus</i> spp. NO SUL DO BRASIL.	71
FIGURA 12 – DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (EM <i>m</i> E EM %) EM FUNÇÃO DA ALTURA TOTAL (ht) ESTIMADA PARA <i>Pinus</i> spp. NO SUL DO BRASIL.	72
FIGURA 13 – NÃO ADITIVIDADE DA BIOMASSA TOTAL EM $t.ha^{-1}$ (a) E EM PORCENTAGEM (b).....	75
FIGURA 14 – PROPORÇÃO DA BIOMASSA DOS COMPONENTES EM RELAÇÃO À BIOMASSA TOTAL ESTIMADA EM CADA CLASSE DE IDADE. ..	76
FIGURA 15 – RESÍDUOS EM FUNÇÃO DA BIOMASSA ESTIMADA PELO AJUSTE SIMULTÂNEO NÃO PONDERADO (<i>NSUR</i>): (a) BIOMASSA DAS RAÍZES; (b) BIOMASSA DO FUSTE; (c) BIOMASSA DA CASCA; (d) BIOMASSA DOS GALHOS; (e) BIOMASSA DAS ACÍCULAS; (f) BIOMASSA TOTAL E PELO AJUSTE SIMULTÂNEO PONDERADO (<i>WNSUR</i>): (g) BIOMASSA DAS RAÍZES; (h) BIOMASSA DO FUSTE; (i) BIOMASSA DA CASCA; (j) BIOMASSA DOS GALHOS; (k) BIOMASSA DAS ACÍCULAS; (l) BIOMASSA TOTAL.....	78
FIGURA 16 – DISTRIBUIÇÃO GRÁFICA DOS RESÍDUOS DA BIOMASSA DOS COMPONENTES RAÍZES, FUSTE, CASCA, GALHOS, ACÍCULAS E TOTAL OBTIDOS POR MEIO DE ESTIMADORES POR RAZÃO PARA TODO BANCO DE DADOS DE <i>Pinus</i> spp.	83
FIGURA 17 – COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO (a, b, c, d, e E f) E PROCEDIMENTO <i>WNSUR</i> (g, h, i, j, k E l) QUANTO À DISPERSÃO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DA BIOMASSA ESTIMADA PARA OS COMPONENTES (WR, WF, WC, WG, WA) E WT NA CLASSE DIAMÉTRICA DE [1,91 – 16,23] cm.....	88

FIGURA 18 – COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO (a, b, c, d, e E f) E PROCEDIMENTO *WNSUR* (g, h, i, j, k E l) QUANTO À DISPERSÃO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DA BIOMASSA ESTIMADA PARA OS COMPONENTES (WR, WF, WC, WG, WA) E WT NA CLASSE DIAMÉTRICA DE]16,23 – 23,55] cm.89

FIGURA 19 – COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO (a, b, c, d, e E f) E PROCEDIMENTO *WNSUR* (g, h, i, j, k E l) QUANTO À DISPERSÃO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DA BIOMASSA ESTIMADA PARA OS COMPONENTES (WR, WF, WC, WG, WA) E WT NA CLASSE DIAMÉTRICA DE]23,55 – 40,27] cm.90

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – BIOMASSA (t) E DENSIDADE DE BIOMASSA FLORESTAL ($t.ha^{-1}$) POR REGIÃO E SUB-REGIÃO SEGUNDO O RELATÓRIO DA AVALIAÇÃO GLOBAL DOS RECURSOS FLORESTAIS DA FAO. ...	22
TABELA 2 – NÚMERO DE ÁRVORES AMOSTRADAS EM CADA IDADE E VALORES MÍNIMOS E MÁXIMOS DAS VARIÁVEIS MENSURADAS.	29
TABELA 3 – MODELOS ALOMÉTRICOS TESTADOS PARA A ESTIMATIVA DE BIOMASSA EM PLANTIOS COMERCIAIS DE <i>Pinus</i> spp. NO SUL DO BRASIL.	30
TABELA 4 – MODELOS AJUSTADOS PARA A ESTIMATIVA DO DIÂMETRO DA COPA, ALTURA DA COPA E ALTURA TOTAL DE <i>Pinus</i> spp. NO SUL DO BRASIL.	37
TABELA 5 – ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS VARIÁVEIS INDEPENDENTES E DEPENDENTES CONSIDERADAS NO AJUSTE DE BIOMASSA DE <i>Pinus</i> spp. NO SUL DO BRASIL.	47
TABELA 6 – CORRELAÇÃO LINEAR DE PEARSON PARA AS VARIÁVEIS UTILIZADAS NOS MODELOS ALOMÉTRICOS PARA PLANTIO DE <i>Pinus</i> spp. NO SUL DO BRASIL.	48
TABELA 7 – COEFICIENTES DE REGRESSÃO E ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS MODELOS ALOMÉTRICOS PARA ESTIMATIVA DA BIOMASSA DE DIFERENTES COMPONENTES E BIOMASSA TOTAL EM PLANTIOS DE <i>Pinus</i> spp. NO SUL DO BRASIL.....	53
TABELA 8 – RESUMO DOS COEFICIENTES DE REGRESSÃO, ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E TESTE DE WHITE DOS MODELOS ALOMÉTRICOS SELECIONADOS NO AJUSTE INDEPENDENTE NÃO PONDERADO.	55
TABELA 9 – FUNÇÃO DE PESOS, COEFICIENTES DE REGRESSÃO, ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E TESTE DE WHITE OBTIDOS NO AJUSTE INDEPENDENTE PONDERADO PELA MODELAGEM DA ESTRUTURA DA VARIÂNCIA.	62

TABELA 10 – COEFICIENTES DE REGRESSÃO PARA A ESTIMATIVA DO DIÂMETRO DA COPA (dc), ALTURA DA COPA (hc) E ALTURA TOTAL (ht) DE <i>Pinus</i> spp. NO SUL DO BRASIL.	68
TABELA 11 – ESTATÍSTICAS DE AJUSTE OBTIDAS NA ESTIMATIVA DO DIÂMETRO DA COPA (dc), ALTURA DA COPA (hc), E ALTURA TOTAL (ht) DE <i>Pinus</i> spp. NO SUL DO BRASIL.	69
TABELA 12 – BIOMASSA POR HECTARE NOS DIFERENTES COMPARTIMENTOS DAS ÁRVORES DE <i>Pinus</i> spp. E A RESPECTIVA FALTA DE ADITIVIDADE.	74
TABELA 13 – COEFICIENTES DE REGRESSÃO E TESTE DE WHITE PARA O AJUSTE SIMULTÂNEO NÃO PONDERADO (<i>NSUR</i>) E COM PONDERAÇÃO (<i>WNSUR</i>).	77
TABELA 14 – ESTATÍSTICAS DE AJUSTE OBTIDAS NO AJUSTE SIMULTÂNEO NÃO PONDERADO (<i>NSUR</i>) E NO AJUSTE SIMULTÂNEO PONDERADO (<i>WNSUR</i>).	78
TABELA 15 – COMPARAÇÃO DO AJUSTE SIMULTÂNEO PONDERADO E AJUSTE INDEPENDENTE PONDERADO QUANTO AO COMPORTAMENTO DAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DA BIOMASSA DOS COMPONENTES E BIOMASSA TOTAL.	81
TABELA 16 – ESTIMADORES POR RAZÃO PARA TODO BANCO DE DADOS E SUAS RESPECTIVAS PRECISÕES PARA A BIOMASSA DOS COMPONENTES RAÍZES, FUSTE, CASCA, GALHOS, ACÍCULAS E TOTAL.	82
TABELA 17 – FUNÇÕES DISCRIMINANTES E AS RESPECTIVAS VARIÂNCIAS EXPLICADAS PARA CADA CLASSE DE DIÂMETRO A 1,30 m DE ALTURA E PERCENTAGEM DE ACERTO NO SEGUNDO ESTÁGIO DE ESTRATIFICAÇÃO PELO COEFICIENTE ANGULAR ENTRE A BIOMASSA TOTAL E O VOLUME TOTAL ESTIMADO.	85
TABELA 18 – ESTIMADORES POR RAZÃO PARA A BIOMASSA DE CADA COMPONENTE E BIOMASSA TOTAL OBTIDOS APÓS A ESTRATIFICAÇÃO DA BASE DE DADOS EM CLASSE DE DIÂMETRO A 1,30 m DO SOLO (1º ESTÁGIO DE ESTRATIFICAÇÃO) E COEFICIENTE ANGULAR ENTRE A	

	BIOMASSA TOTAL E VOLUME TOTAL ESTIMADO (2º ESTÁGIO DE ESTRATIFICAÇÃO).....	86
TABELA 19 –	ERROS PADRÕES DE ESTIMATIVA DOS ESTIMADORES POR RAZÃO E AJUSTE SIMULTÂNEO PONDERADO (<i>WNSUR</i>) PARA A BIOMASSA DOS COMPONENTES (WR, WF, WC, WG, WA) E BIOMASSA TOTAL (WT).....	87
TABELA 20 –	COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO E PROCEDIMENTO <i>WNSUR</i> QUANTO ÀS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE PARA A BIOMASSA DAS RAÍZES NAS DIFERENTES CLASSES DIAMÉTRICA.....	92
TABELA 21 –	COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO E PROCEDIMENTO <i>WNSUR</i> QUANTO ÀS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE PARA A BIOMASSA DO FUSTE NAS DIFERENTES CLASSES DIAMÉTRICA.....	92
TABELA 22 –	COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO E PROCEDIMENTO <i>WNSUR</i> QUANTO ÀS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE PARA A BIOMASSA DA CASCA NAS DIFERENTES CLASSES DIAMÉTRICA.....	93
TABELA 23 –	COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO E PROCEDIMENTO <i>WNSUR</i> QUANTO ÀS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE PARA A BIOMASSA DOS GALHOS NAS DIFERENTES CLASSES DIAMÉTRICA.....	93
TABELA 24 –	COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO E PROCEDIMENTO <i>WNSUR</i> QUANTO ÀS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE PARA A BIOMASSA DAS ACÍCULAS NAS DIFERENTES CLASSES DIAMÉTRICA.....	94
TABELA 25 –	COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO E PROCEDIMENTO <i>WNSUR</i> QUANTO ÀS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE PARA A BIOMASSA TOTAL NAS DIFERENTES CLASSES DIAMÉTRICA.....	94

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 OBJETIVOS	19
1.1.1 Objetivo geral	19
1.1.2 Objetivos específicos.....	19
2 REVISÃO DE LITERATURA	20
2.1 BIOMASSA.....	20
2.2 DETERMINAÇÃO E ESTIMATIVA DA BIOMASSA FLORESTAL.....	22
2.2.1 Estimadores por regressão	23
2.2.2 Estimadores por razão	26
3 MATERIAL E MÉTODOS	28
3.1 FONTE DE DADOS.....	28
3.2 AJUSTE DOS MODELOS ALOMÉTRICOS	29
3.2.1 Ajuste independente.....	29
3.2.2 Ajuste simultâneo	33
3.2.3 Avaliação da homocedasticidade dos resíduos.....	34
3.2.4 Derivações de pesos para o ajuste independente ponderado e ajuste simultâneo ponderado.....	34
3.3 ANÁLISE COMPARATIVA: AJUSTE SIMULTÂNEO E AJUSTE INDEPENDENTE.....	35
3.4 AVALIAÇÃO DA ADITIVIDADE DOS COMPONENTES	36
3.5 ESTIMADORES POR RAZÃO DE BIOMASSA.....	38
3.6 ANÁLISE COMPARATIVA: ESTIMADORES POR RAZÃO E AJUSTE SIMULTÂNEO PONDERADO (<i>WNSUR</i>)	43
3.5 FERRAMENTAS DE ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS	45
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	46
4.1 ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS, ANÁLISE DE CORRELAÇÃO E DIAGRAMAS DE DISPERSÃO	46
4.2 AJUSTE INDEPENDENTE DOS MODELOS ALOMÉTRICOS	51
4.2.1 Ajuste independente não ponderado.....	51
4.2.2 Ajuste independente ponderado.....	61
4.3 ADITIVIDADE DOS COMPONENTES	64
4.3.1 Ao nível da árvore individual	64

4.3.2 Ao nível da parcela.....	68
4.4 AJUSTE POR SISTEMAS DE EQUAÇÕES.....	77
4.5 ANÁLISE COMPARATIVA: AJUSTE INDEPENDENTE E AJUSTE SIMULTÂNEO.....	80
4.6 ESTIMADORES POR RAZÃO	82
4.7 ANÁLISE COMPARATIVA: ESTIMADORES POR RAZÃO E AJUSTE SIMULTÂNEO PONDERADO (<i>WNSUR</i>)	87
5 CONCLUSÕES	95
6 CONSIDERAÇÕES E RECOMENDAÇÕES	96
REFERÊNCIAS.....	97

1 INTRODUÇÃO

As mudanças climáticas derivadas principalmente das emissões de gases de efeito estufa (GEE) tornaram-se um debate mundial. A ação antropogênica e alguns eventos naturais contribuem para aumento das emissões de GEE na atmosfera. Nesse cenário, as florestas têm assumido cada vez mais importância nos esforços internacionais para a mitigação das mudanças climáticas (BROWN, 2002). Segundo IPCC (2001), o ecossistema florestal é responsável por fixação de grande parte do carbono que poderia estar na atmosfera (cerca de 80% e 40% de todo o carbono orgânico terrestre acima e abaixo do solo, respectivamente). Portanto, é fundamental estimar acuradamente a biomassa de todos os componentes da árvore, bem como, da biomassa total, a fim de avaliar o balanço global de carbono (MAGALHÃES e SEIFERT, 2015), compreender a produção primária de um ecossistema, ciclagem de nutrientes, hidrologia, comportamento do fogo e avaliar o potencial de uma floresta para a produção de energia (BERGER, 2006; HIGUCHI, SANTOS e LIMA, 2008).

O método destrutivo, no qual as árvores são derrubadas, seccionadas e pesadas para cada um dos componentes (geralmente raízes, fuste, galhos e folhagem) é o mais acurado na estimativa de biomassa florestal, porém, este método é muito demorado e oneroso (DONG, ZHANG e LI, 2018). Por esse motivo, a biomassa das árvores é comumente estimada pelo uso de modelos de regressão (PARRESOL, 2001) que geralmente relacionam a biomassa ao diâmetro da árvore (DONG, ZHANG e LI, 2015) ou usando o diâmetro juntamente com altura (COLE e EWEL, 2006) e/ou outras variáveis da árvore facilmente mensuráveis (LI e ZHAO, 2013). Está comprovado que estes modelos de biomassa total e dos componentes das árvores podem fornecer estimativas acuradas e confiáveis para a biomassa de ecossistemas florestais (GOWER *et al.* 1999; WANG, 2006).

Entretanto, Behling *et al.* (2018) advertem que uma premissa básica deve ser considerada ao modelar a biomassa: a aditividade que, segundo estes autores, significa compatibilidade de estimativas da biomassa dos componentes das árvores com a estimativa da biomassa total. Todavia, ao modelar a biomassa dos componentes das árvores e seu total, frequentemente os modelos são ajustados de forma independente, ou seja, é feita para cada componente sem considerar a interdependência existente entre elas e com isso, ao usar essas equações, a soma

da biomassa dos componentes não corresponderá à biomassa total e, portanto, não é biologicamente consistente (BEHLING *et al.* 2018). Contudo, embora esta premissa de aditividade de modelos alométricos na estimativa de biomassa florestal tenha sido colocada por vários pesquisadores (Kozak, 1970; Cunia e Briggs, 1984; Chiyenda e Kozak, 1984; Reed e Green, 1985) e aprofundada por Parresol (1999) e Parresol (2001), ela é frequentemente ignorada em muitas práticas de modelagem de biomassa (DONG, ZHANG e LI, 2015). Sanquetta *et al.* (2015) constataram que essa abordagem foi encontrada em 20% dos 50 estudos por eles revisados, ou seja, apenas 10 estudos respeitavam o princípio de aditividade.

Dentre os poucos estudos encontrados na literatura respeitando o princípio de compatibilidade de modelos de regressão na estimativa de biomassa florestal pode se destacar Carvalho (2003) para *Quercus pyrenaica*, Behling *et al.* (2012) para acácia-negra, Magalhães e Seifert (2015) para *Androstachys johnsonii*, Sanquetta *et al.* (2015) para *Pinus elliottii*, Coutinho *et al.* (2017) para *Cryptomeria japonica*, Dong, Zhang e LI (2015) para nove (9) espécies no nordeste da China, Dong, Zhang e Li (2018) para *Larix gmelini* e *Betula platyphylla* e Oliveira *et al.* (2018) para *Araucaria angustifolia*. Todavia, no Brasil para espécies do gênero *Pinus* apenas um (1) estudo de Sanquetta *et al.* (2015) com o tema “*Simultaneous estimation as alternative to independent modeling of tree biomass*” segue esta abordagem, pese embora a expressividade deste gênero no país. Estima-se que no território brasileiro de um total de 7,84 milhões de hectares de floresta plantada, 1,58 milhões de hectares são cobertos por plantios de *Pinus*, representando 20% de área plantada (IBÁ, 2017).

Parresol (1999) e Parresol (2001) revisaram e propuseram três procedimentos, para forçar a compatibilidade de modelos de regressão, a saber: *conventional method (CON)*, *seemingly unrelated regression method (SUR)* e *nonlinear seemingly unrelated regression method (NSUR)*. O método *CON* consiste em usar as mesmas variáveis independentes para todos os modelos de estimativa de biomassa dos componentes e para o modelo da estimativa da biomassa total. Os métodos *SUR* e *NSUR* consistem primeiro no ajuste e seleção dos melhores modelos lineares e não lineares, respectivamente, para estimativa da biomassa de cada componente da árvore. O modelo da estimativa da biomassa total da árvore é uma função resultante da soma dos modelos independentes usados em cada componente. Então, todos os modelos, incluindo o total, são ajustados

simultaneamente o que assegura a compatibilidade (MAGALHÃES e SEIFERT, 2015).

Péllico Netto e Behling (2019) com objetivo de estabelecer um modelo biológico simples e consistente e que não requeira procedimentos adicionais para alcançar a aditividade dos componentes arbóreos de biomassa, porém, que garanta exatidões competitivas com aquelas obtidas pelos modelos de regressão (procedimentos *SUR* e *NSUR*), introduziram no Brasil a técnica de estimadores por razão (do inglês *ratio estimators*) para a estimativa de biomassa florestal. Basicamente, esta técnica utiliza informações da variável auxiliar x facilmente acessível e positivamente correlacionada com a variável de interesse y (COCHRAN, 1977).

Os estimadores por razão apresentam maior facilidade de aplicação quando comparados aos estimadores por regressão. Com a utilização da mesma variável independente para as equações de biomassa total e de seus componentes, a aditividade dos componentes se dará de forma natural, ou seja, sem a necessidade de forçá-la, como realizado nos estimadores por regressão, *SUR* ou *NSUR* (TRAUTENMÜLLER, 2019).

Nesse contexto, desenvolveu-se o presente estudo com objetivo de aplicar os procedimentos de regressão (ajuste por sistema de equações – *NSUR*) e estimadores por razão na estimativa de biomassa de *Pinus* spp., sob a hipótese de que, em função das restrições impostas aos coeficientes nos procedimentos *NSUR* e razão, as equações resultantes são aditivas contrariamente a modelagem clássica, resultando portanto em estimadores que melhor representem a condição biológica das árvores.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Aplicar os procedimentos de modelagem simultânea e estimadores por razão na estimativa de biomassa de *Pinus* spp. no Sul do Brasil e testar a compatibilidade das estimativas da biomassa dos componentes a estimativa da biomassa total.

1.1.2 Objetivos específicos

Ajustar de forma independente modelos não lineares para a estimativa de biomassa dos componentes e biomassa total de *Pinus* spp.

Avaliar a aditividade entre as estimativas da biomassa dos componentes e a estimativa da biomassa total ao nível da árvore individual e ao nível de parcela.

Construir e ajustar um sistema aditivo de equações de biomassa pelo método *nonlinear seemingly unrelated regression (NSUR)* para a estimativa integrada da biomassa dos componentes e biomassa total de *Pinus* spp.

Aplicar a técnica de estimadores por razão para a estimativa da biomassa de *Pinus* spp.

Comparar a modelagem independente, a modelagem simultânea e os estimadores por razão com base nos indicadores de qualidade de ajuste e consistência biológica das estimativas.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 BIOMASSA

O termo biomassa possui diferentes conceitos, porém, interligados entre si e que variam de acordo com a perspectiva utilizada: geração de energia ou ecologia (PUC-RIO Certificação Digital N° 0913085/CA). Segundo esta referência, sob a perspectiva de geração de energia, o conceito de biomassa é muito amplo, englobando qualquer recurso renovável proveniente de matéria orgânica (de origem animal ou vegetal) que pode ser utilizada na produção de energia. Pela fotossíntese, as plantas capturam a energia do sol, transformando-a em energia química. Essa energia pode ser convertida em eletricidade, combustível ou calor. As fontes orgânicas que são usadas para produzir energia usando esse processo são chamadas de biomassa (BROWN, 1997). Pelo seu enquadramento, neste trabalho, dar-se-á mais ênfase a conceituação na perspectiva ecológica.

De acordo com Houghton *et al.* (2009), na perspectiva ecológica, a biomassa não é consistentemente definida. Geralmente é definida para incluir a massa de plantas vivas e/ou animais, por exemplo, árvores, arbustos, gramíneas, ervas e micróbios, embora às vezes seja definido incluindo material vegetal morto. Os componentes subterrâneos (raízes, rizomas e micróbios no solo) são às vezes incluídos, bem como o material acima do solo, embora geralmente a matéria orgânica do solo (MOS), que consiste em partes da planta que se deterioraram, não esteja incluída. Os limites entre a biomassa morta e a liteira, e entre a biomassa morta e a MOS, são, no entanto arbitrários.

Resumidamente, Bombelli *et al.* (2009) definem biomassa como sendo massa de matéria orgânica viva ou morta. Quando a biomassa é expressa por unidade de área (árvore, hectare, região ou país) ela é denominada por densidade de biomassa Brown (1997), ou seja, massa por unidade de área de matéria de origem biológica, viva ou morta (BOMBELLI *et al.*, 2009) animal ou vegetal (SILVEIRA *et al.*, 2008). Para Martinelli *et al.* (1994), biomassa é a quantidade expressa em massa do material vegetal disponível em uma floresta, sendo que os componentes de biomassa geralmente estimados são a biomassa viva horizontal acima do solo, composta de árvores e arbustos, a biomassa morta acima do solo, composta pela serapilheira e troncos caídos, e a biomassa abaixo do solo, composta

pelas raízes. A biomassa total é dada pela soma de todas essas componentes (HIGA *et al.*, 2014).

Quando o objetivo é estimar a biomassa das plantas o termo correto a ser usado é fitomassa (SOMOGYI *et al.*, 2007), que por definição compreende toda a massa de matéria originada a partir de um vegetal (SILVEIRA *et al.*, 2008). Contudo, o termo amplamente usado na silvicultura para se referir a “fitomassa” é “biomassa” (SOMOGYI *et al.*, 2007), pelo que, neste trabalho também considerar-se-á o termo “biomassa” no sentido de “fitomassa”.

A biomassa florestal, para além da sua utilidade tradicional como combustível, tem sido considerada como depósito de longo prazo de CO₂, um gás de estufa importante na atmosfera, pelo que, quantifica-se a biomassa devido à crescente preocupação com as mudanças climáticas globais que estão a convergir para políticas de redução de poluição (SITOE e TCHAÚQUE, 2007).

Parresol (1999) afirma que a biomassa florestal é importante para fins comerciais (por exemplo, lenha e fibras) e para o planeamento do desenvolvimento nacional, bem como para estudos científicos sobre a produtividade do ecossistema, fluxos de energia e nutrientes e para avaliar a contribuição das mudanças na cobertura florestal (especialmente tropicais) no ciclo global de carbono. Desta forma pode-se precaver antecipadamente sobre eventuais roturas na disponibilidade de recursos e danos ambientais e delinearem-se políticas que permitem a ligação entre o setor florestal e os outros setores, bem como tomar medidas de recuperação e prevenção (SITOE e TCHAÚQUE, 2007).

De acordo com a FAO (2010), um total de 180 países e áreas, representando 94% das florestas do mundo, disponibilizaram informação sobre a biomassa disponível nos seus ecossistemas florestais. Para os demais países e áreas, a FAO estimou a biomassa, tomando médias sub-regionais por hectare e multiplicando-as pela área florestal para os respectivos anos. A biomassa florestal global (incluindo acima e abaixo do solo) é estimada em $600,066 \times 10^6$ t, com uma densidade média de biomassa de 148.8 t.ha^{-1} (TABELA 1). O maior estoque de biomassa por hectare foi encontrado em regiões com florestas tropicais, como a América do Sul e a África Ocidental e Central, onde os estoques de biomassa são superiores a 200 toneladas por hectare (FAO, 2010).

TABELA 1 – BIOMASSA (t) E DENSIDADE DE BIOMASSA FLORESTAL ($t \cdot ha^{-1}$) POR REGIÃO E SUB-REGIÃO SEGUNDO O RELATÓRIO DA AVALIAÇÃO GLOBAL DOS RECURSOS FLORESTAIS DA FAO.

Região	Biomassa	
	($\cdot 10^6$ t)	($t \cdot ha^{-1}$)
África Oriental e Austral	33 385	124.8
África do Norte	3 711	47.1
África Ocidental e Central	81 603	248.7
Total de África	118 700	176.0
Leste de Ásia	18 429	72.4
Sul e Sudeste de Ásia	51 933	176.4
Ásia Ocidental e Central	3 502	80.5
Total de Ásia	73 864	124.7
Europa excluindo a Federação Russa	25 602	130.7
Total da Europa	90 602	90.2
Caraíbas	1 092	157.5
América Central	3 715	190.5
América do Norte	76 929	113.3
Total da América do Norte e Central	81 736	115.9
Total da Oceania	21 302	111.3
Total da América do Sul	213 863	247.4
Mundo	600 066	148.8

FONTE: FAO (2010).

2.2 DETERMINAÇÃO E ESTIMATIVA DA BIOMASSA FLORESTAL

De acordo com IPCC (2003) e Birdsey (2006), a mensuração da biomassa florestal, seja em florestas plantadas ou nativas, implica na quantificação de quatro reservatórios de carbono:

- i) Biomassa acima do solo (inclui troncos, tocos, galhos, copa, sementes e folhas);
- ii) Biomassa abaixo do solo (inclui raízes vivas, excluindo aquelas com diâmetro inferior a 2 mm, pois estas não podem ser distinguidas da matéria orgânica do solo);
- iii) Serapilheira (inclui toda a biomassa morta acima do solo, inclusive madeira morta com diâmetro inferior a 2 cm, em vários estágios de decomposição;
- iv) Necromassa (inclui toda a biomassa lenhosa morta caída no chão da floresta, que não faz parte da serapilheira; inclui o que já está caído no solo e também preso às árvores ou em pé, com diâmetro superior a 2 cm).

A biomassa florestal pode ser avaliada por meio de dois métodos: o método direto (destrutivo), que engloba a quantificação de pesos e/ou volumes de árvores

individuais, a partir do corte de material lenhoso; e o método indireto (não destrutivo), no qual se procede à estimação do volume ou da biomassa usando modelos matemáticos, normalmente utilizando equações alométricas (ENES e FONSECA, 2013). Os métodos diretos implicam determinações, pelo fato de as árvores serem cortadas e seus componentes separados e pesados. Nos métodos indiretos, são feitas estimativas baseadas principalmente em dados oriundos dessas determinações, assim como de dados originados de inventários florestais (SILVEIRA *et al.*, 2008).

Para estimativa de biomassa de árvores, o método de amostragem destrutiva é mais acurado do que o uso de equações alométricas, pois todas as equações alométricas desenvolvidas são ajustadas (derivadas) dos dados de biomassa com base no método de amostragem destrutiva (SHI e LIU 2017). No entanto, os métodos indiretos com recurso aos modelos matemáticos ajustados pela técnica de regressão são os mais comumente usados para estimativa da biomassa florestal (Parresol, 1999). O método direto não é aplicável em extensas áreas, dado que, faz-se necessário abater várias árvores amostra e, portanto, é caro e consome tempo (SHI e LIU, 2017). Mais do que a dificuldade nas determinações pelo método direto, a amostragem destrutiva para florestas nativas, por exemplo, requer autorizações específicas expedidas pelo órgão ambiental de tutela (HIGA *et al.*, 2014) e em alguns casos é estritamente proibido o abate de árvores em certas formações florestais.

2.2.1 Estimadores por regressão

De acordo com Brown (1997), Somogyi *et al.* (2007), Dong, Zhang e Li (2014), Shi e Liu (2017) o modelo matemático de biomassa comumente usado, assume a seguinte forma da função potência (EQUAÇÃO 1):

$$Y = aX^b + \varepsilon_i \quad (1)$$

A seguinte transformação logarítmica é geralmente aplicada para converter a função potência não linear apresentada acima em um modelo linear (DONG, ZHANG e LI, 2014; SHI e LIU, 2017) (EQUAÇÃO 2).

$$\log Y = \log a + b \log X + \varepsilon_i \quad (2)$$

Em que:

Y = biomassa total ou do componente referente a i^{th} árvore amostrada, em kg;

X = valor de uma característica referente a i^{th} árvore amostrada, geralmente definido pelo diâmetro à altura do peito, em cm;

a = constante alométrica;

b = expoente alométrico (escala);

\log = logaritmo natural;

ε_i = termo referente ao resíduo associado a i^{th} árvore amostrada, em kg.

Se b for maior do que 1 indica que Y aumenta proporcionalmente mais do que X (i.e., alometria positiva; $\frac{Y}{X}$ aumenta ao longo do crescimento); se b for menor do que 1, X aumenta proporcionalmente mais do que Y (isto é, alometria negativa; $\frac{Y}{X}$ diminui ao longo do crescimento); se b for igual a 1 observa-se um fenômeno denominado de isometria, onde a proporção de X e Y não se altera ao longo do crescimento (isto é, $\frac{Y}{X}$ é constante ao longo do crescimento) (PERES-NETO, 1995)

Segundo Dong, Zhang e Li (2018), as equações para estimativa da biomassa total, subtotal e dos componentes das árvores podem ser classificadas em não aditivas ou aditivas por natureza. Equações de biomassa não aditivas se ajustam aos dados de biomassa total, subtotal e dos componentes separadamente. Consequentemente, a soma das estimativas de biomassa dos componentes pode não ser igual à estimativa da biomassa total. Por outro lado, as equações de biomassa aditivas se ajustam aos dados de biomassa total, subtotal e dos componentes simultaneamente por explicar as correlações inerentes entre os componentes de biomassa medidos nas mesmas árvores amostras (BI, TURNER E LAMBERT, 2014; KRALICEK *et al.*, 2017) e também restringir os coeficientes da regressão para que as estimativas da biomassa dos componentes sejam compatíveis às estimativas da biomassa total ou subtotal (PARRESOL, 1999; PARRESOL, 2001; BEHLING *et al.*, 2018).

Dong, Zhang e Li (2015) afirmam que para assegurar a premissa de aditividade, vários métodos de especificação de modelos e estimativa de parâmetros foram propostos para modelos lineares (por exemplo, CUNIA e BRIGGS, 1984;

CHIYENDA e KOZAK, 1984; PARRESOL, 1999;) e modelos não lineares (por exemplo, REED e GREEN, 1985; GREENE 1999; TANG *et al.*, 2001, TANG e WANG, 2002). Dentre esses métodos, pode-se destacar: *conventional method (CON)*, *seemingly unrelated regression method (SUR)* e *nonlinear seemingly unrelated regression method (NSUR)* (MAGALHÃES e SEIFERT, 2015).

O método CON (EQUAÇÃO 3) consiste em usar as mesmas variáveis independentes para todos os modelos de estimativa de biomassa dos componentes da árvore e para o modelo da estimativa da biomassa total da árvore. Calculam-se os coeficientes de regressão do modelo da biomassa total simplesmente somando os coeficientes de regressão das equações dos componentes consideradas (KOZAK, 1970; PARRESOL, 1999).

$$\begin{aligned}
 \hat{y}_1 &= x'_1 b_1 + \varepsilon \\
 \hat{y}_2 &= x'_2 b_2 + \varepsilon \\
 &\vdots \\
 \hat{y}_k &= x'_k b_k + \varepsilon \\
 \hat{y}_{total} &= x' + [b_1 + b_2 + \dots + b_k + \varepsilon]
 \end{aligned} \tag{3}$$

Em que:

\hat{y} = biomassa do componente i e biomassa total estimada, em kg ($i = 1, 2, \dots k$ e total);

x' = variáveis independentes (no caso mesmas variáveis independentes);

b = coeficientes de regressão referentes ao componente i ($i = 1, 2, \dots k$);

ε = erro aleatório em kg.

Os métodos *SUR* e *NSUR* (EQUAÇÃO 4) consistem primeiro no ajuste e seleção dos melhores modelos lineares e não lineares, respectivamente, para estimativa da biomassa de cada componente da árvore. O modelo da estimativa da biomassa total é resultante da soma dos modelos usados na estimativa da biomassa dos componentes. Todos os modelos, incluindo o total, são ajustados simultaneamente o que assegura a aditividade e também a introdução das correlações entre os resíduos das equações no ajuste (PARRESOL, 1999; PARRESOL, 2001).

$$\begin{aligned}
\hat{y}_1 &= f_1 + \varepsilon \\
\hat{y}_2 &= f_2 + \varepsilon \\
&\vdots \\
&\vdots \\
\hat{y}_k &= f_k + \varepsilon \\
\hat{y}_{total} &= \hat{y}_1 + \hat{y}_2 + \dots + \hat{y}_k + \varepsilon
\end{aligned} \tag{4}$$

Em que:

\hat{y} = biomassa do componente i e biomassa total estimada em kg ($i = 1, 2 \dots k$ e total);

f = melhor modelo linear (*SUR*) ou não linear (*NSUR*) referente ao componente i , selecionado no ajuste independente ($i = 1, 2 \dots k$);

ε = erro aleatório em kg.

Dentre estes métodos, o *SUR* e *NSUR* tornaram-se mais populares como os métodos de estimação dos coeficientes para modelos lineares e não lineares de biomassa respectivamente (DONG, ZHANG e LI, 2015; LI e ZHAO, 2013), dado que estes métodos são mais flexíveis, e permitem que cada modelo de componente da árvore possa ter sua(s) própria(s) variável(eis) independente(s) e cada modelo pode usar sua própria função de ponderação para resolver os problemas de heteroscedasticidade dos resíduos, resultando em uma menor variância para o modelo de biomassa total (PARRESOL, 2001).

2.2.2 Estimadores por razão

O uso de estimadores de razão para gerar estimativas prevê-se que tenha começado com o trabalho de Cochran (1940) (SINGH e ESPEJO, 2003). Ele desenvolveu a técnica de estimador de razão para estimar a média populacional ou o total da variável de interesse usando informações complementares da variável auxiliar, positivamente correlacionado com a variável de interesse (SINGH e ESPEJO, 2003; KADILAR e CINGI, 2006).

De acordo com Cochran (1977), no método da razão, uma variável auxiliar x_i , positivamente correlacionada com y_i é obtida para cada unidade amostral. A população total X de x_i deve ser conhecida. O objetivo neste método é obter melhor

acurácia aproveitando a correlação entre y_i e x_i . A estimativa de razão de Y , que representa o total da população de y_i , é dada por (EQUAÇÃO 5):

$$\hat{Y}_R = \frac{y}{x} X = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} X \quad (5)$$

Em que:

\hat{Y}_R = estimativa de razão de Y ;

y e x = totais das amostras de y_i e x_i , respectivamente.

Se a quantidade a ser estimada for \bar{Y} , valor médio populacional de y_i , a estimativa da razão é dada por (EQUAÇÃO 6):

$$\hat{Y}_R = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \bar{X} \quad (6)$$

Na aplicação do Estimador de Razão, a variável auxiliar x_i tem custo unitário nulo, ou muito baixo, sendo viável a mensuração de todas as unidades amostrais de uma população. Frequentemente, o Estimador de Razão melhora significativamente a exatidão da estimativa, contudo, quando se trata de populações infinitas ou muito grandes, a mensuração de X ou \bar{X} se torna inviável economicamente ou operacionalmente (LEITE, 2007).

No entanto, em alguns casos deseja-se apenas estimar a razão em vez de um total ou uma média. Neste caso X não precisa ser conhecido, e a razão será obtida por (EQUAÇÃO 7):

$$\hat{R} = \frac{y}{x} \quad (7)$$

Por exemplo, o diâmetro de uma árvore pode ser usado como uma variável auxiliar chave ao estimar a altura média de árvores em uma floresta (HAQ e SHABBIR, 2014). No presente estudo considerou-se o volume total da árvore que é fortemente correlacionada com a variável de interesse em estudo (biomassa) como variável auxiliar.

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 FONTE DE DADOS

Os dados utilizados neste estudo advêm do projeto intitulado: “Níveis dinâmicos e estabilidade biológica nas taxas de crescimento de florestas plantadas no sul do Brasil e seu potencial na geração de créditos de carbono”. Os mesmos foram coletados em 2003 e 2004 nos povoamentos florestais pertencentes às empresas Masisa, Pizzatto e Selectas. Um universo de 70 árvores das espécies *Pinus elliottii* (33 árvores), *Pinus taeda* (26 árvores) e *Pinus* spp. (11 árvores), com idade (I), diâmetro a 1,30 m do solo (dap), altura total (ht), diâmetro da copa (dc) e altura da copa (hc) variando entre 2 – 24 anos; 1,91 – 40,27 cm; 2,35 – 30,30 m; 1,26 – 7,08 m e 1,78 – 14,93 m, respectivamente (TABELA 2) foram objeto de medições dendrométricas e quantificação de biomassa dos componentes raízes, fuste (sem casca), casca, galhos e folhagem (acículas) pelo método direto (destrutivo), por meio de determinação de seus pesos verdes (frescos) em campo e determinação dos pesos secos no laboratório, conforme a descrição metodológica de Sanquetta, Balbinot e Ziliotto (2004).

TABELA 2 – NÚMERO DE ÁRVORES AMOSTRADAS EM CADA IDADE E VALORES MÍNIMOS E MÁXIMOS DAS VARIÁVEIS MENSURADAS.

n = 70 árvores de <i>Pinus</i> spp.									
Idade (anos)	n	dap _{min} (cm)	dap _{máx} (cm)	ht _{min} (m)	ht _{máx} (m)	dc _{min} (m)	dc _{máx} (m)	hc _{min} (m)	hc _{máx} (m)
2	2	1,91	3,82	2,37	2,80	1,30	1,31	1,78	2,37
3	6	2,83	7,80	2,35	4,74	1,26	2,23	2,05	4,34
4	2	8,28	12,10	4,10	6,20	1,89	2,63	2,28	4,58
5	2	10,19	13,37	5,22	6,76	1,67	2,57	2,56	4,12
6	8	9,71	15,92	6,00	10,65	2,00	3,37	3,90	6,78
7	1	15,60	15,60	9,39	9,39	3,15	3,15	5,62	5,62
8	4	17,03	21,80	10,62	12,83	2,70	4,43	4,64	7,66
9	5	14,16	20,05	11,00	16,58	2,25	3,15	6,30	6,75
10	4	17,83	24,19	12,63	16,54	2,32	5,25	6,10	8,44
11	1	24,19	24,19	16,40	16,40	3,18	3,18	8,05	8,05
12	7	21,49	26,90	13,90	18,60	2,60	4,15	5,90	11,58
13	1	24,19	24,19	19,38	19,38	3,60	3,60	9,48	9,48
14	4	24,51	31,04	19,02	22,02	3,25	6,77	8,88	13,40
15	1	28,71	28,71	22,20	22,20	4,37	4,37	10,60	10,60
16	7	20,05	29,60	19,10	22,78	2,45	5,85	7,50	12,37
18	3	22,28	31,51	22,80	25,38	2,40	5,34	8,60	10,30
19	5	16,87	29,60	16,90	24,10	2,03	4,43	6,52	8,96
20	4	22,60	30,88	22,10	29,65	2,20	6,02	6,20	12,15
22	1	37,56	37,56	27,60	27,60	5,65	5,65	12,30	12,30
23	1	37,24	37,24	28,96	28,96	5,67	5,67	14,93	14,93
24	1	40,27	40,27	30,30	30,30	7,08	7,08	11,67	11,67

Em que: min = valor mínimo e máx = valor máximo.

3.2 AJUSTE DOS MODELOS ALOMÉTRICOS

3.2.1 Ajuste independente

Uma matriz de correlação linear simples foi construída para melhor compreensão do relacionamento das variáveis, bem como, os diagramas de dispersão integrando as seguintes variáveis: dap, ht, dc e hc que constituíram as variáveis independente; biomassa seca das raízes (WR), biomassa seca do fuste (WF), biomassa seca da casca (WC), biomassa seca dos galhos (WG), biomassa seca das acículas (WA) e a biomassa seca total (WT) que compuseram as variáveis dependentes.

Foram selecionados nove (9) modelos alométricos não lineares encontrados na literatura para estimativa de biomassa. Nos modelos, as variáveis dependentes constituíam-se de valores de biomassa seca dos diferentes componentes e biomassa seca total e as variáveis independente pelos valores de dap, ht, dc e hc

(TABELA 3). Os modelos considerados são referenciados em trabalhos similares de Parresol (2001), Dong, Zhang e Li (2014), Sanquetta *et al.* (2015), Magalhães e Seifert (2015), Dong, Zhang e Li (2015), Coutinho *et al.* (2017), Oliveira *et al.* (2018), Dong, Zhang e Li (2018).

TABELA 3 – MODELOS ALOMÉTRICOS TESTADOS PARA A ESTIMATIVA DE BIOMASSA EM PLANTIOS COMERCIAIS DE *Pinus* spp. NO SUL DO BRASIL.

N	Modelo	Classificação
1	$Y = \beta_0 dap^{\beta_1} + \varepsilon_i$	Não lineares
2	$Y = \beta_0 (dap^2)^{\beta_1} + \varepsilon_i$	
3	$Y = \beta_0 (dap^2 ht)^{\beta_1} + \varepsilon_i$	
4	$Y = \beta_0 dap^{\beta_1} ht^{\beta_2} + \varepsilon_i$	
5	$Y = \beta_0 dap^{\beta_1} ht^{\beta_2} dc^{\beta_3} + \varepsilon_i$	
6	$Y = \beta_0 dap^{\beta_1} hc^{\beta_2} + \varepsilon_i$	
7	$Y = \beta_0 ht^{\beta_1} dc^{\beta_2} + \varepsilon_i$	
8	$Y = \beta_0 dap^{\beta_1} dc^{\beta_2} + \varepsilon_i$	
9	$Y = \beta_0 dap^{\beta_1} hc^{\beta_2} dc^{\beta_3} + \varepsilon_i$	

Em que: Y = biomassa (kg); dap = diâmetro a 1,30 m do solo (cm); ht = altura total (m); hc = altura da copa (m); dc = diâmetro da copa (m) β_0 ; β_1 ; β_2 ; β_3 = coeficientes dos modelos; ε_i = erro aleatório do modelo.

Cada modelo foi ajustado para cada componente de biomassa e para a biomassa total e selecionaram-se os melhores modelos baseando-se na qualidade de ajuste. Para avaliação da qualidade de ajuste foi considerado o coeficiente de determinação ajustado ($R^2_{aj.}$) em porcentagem (%) (EQUAÇÃO 8), que expressa a proporção da variação total da variável dependente explicada pela regressão, quanto mais próximo de 100%, melhor terá sido o ajuste da equação.

$$R^2_{aj.} (\%) = 1 - \left\{ \left(\frac{n-1}{n-p} \right) \left(\frac{SQE}{SQT} \right) \right\} 100 \quad (8)$$

Em que:

n = número de observações;

p = número de coeficientes do modelo matemático;

SQE = soma dos quadrados do erro;

SQT = soma dos quadrados totais.

Todavia, Spiess e Neumeyer (2010) advertem que pesquisadores e revisores devem estar cientes de que o R^2 é inadequado quando usado para apurar o desempenho ou a validade de um determinado modelo não linear. Estes autores prosseguem referindo que o R^2 deve ser removido da literatura científica que lida com o ajuste de modelos não lineares ou pelo menos ser complementado com outros critérios de avaliação de modelos. Pelo que, em consonância com o alerta de Spiess e Neumeyer (2010), foram também avaliados:

- O erro padrão de estimativas (S_{yx}) em kg (EQUAÇÃO 9) e o coeficiente de variação (CV%) (EQUAÇÃO 10) que medem a dispersão média entre os valores observados e estimados ao longo da curva de regressão, sendo que, quanto mais baixo forem os valores de S_{yx} (kg) e CV%, melhor será a equação ajustada;

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{SQE}{n - p}} \quad (9)$$

Em que:

SQE, n e p = conforme descrito anteriormente.

$$CV\% = \frac{S_{yx}}{\bar{y}_m} 100 \quad (10)$$

Em que:

\bar{y}_m = biomassa média observada em kg do componente m ;

m = raiz, fuste, casca, galhos, acículas e total;

SQE, n e p = conforme descrito anteriormente.

- O critério de informação de Akaike (AIC) (EQUAÇÃO 11).

$$AIC = -2n \left(\frac{-n}{2} \ln \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_m^2 \right) + 2p \frac{n}{n - p - 1} \right) \quad (11)$$

Em que:

e_m = resíduos em kg do componente m .

n , p e m = conforme descrito anteriormente.

- O critério de informação Bayesiano (BIC) (EQUAÇÃO 12).

$$BIC = -2n \left(\frac{-n}{2} \ln \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_m^2 \right) + \ln(n) p \right) \quad (12)$$

Em que:

n , p , m e e = conforme descrito anteriormente.

Na interpretação de AIC e BIC como critérios de avaliação da qualidade de ajuste de modelos alométricos, busca-se pelos menores valores possíveis. As duas estatísticas penalizam modelos com mais parâmetros.

- A distribuição gráfica dos resíduos que indica se o ajuste foi bom ao longo de toda a linha da estimativa, se há ou não tendenciosidade e se a variância é homogênea. A dispersão de resíduos almejada quando se ajusta um modelo deve apresentar os resíduos distribuídos de maneira aleatória ao longo de todo o eixo das abscissas e deve apresentar valores dos resíduos, tanto positivos, como negativos de modo que as superestimativas anulem as subestimativas e vice-versa.
- O erro médio absoluto (MAE) (EQUAÇÃO 13) que mede a média dos erros absoluto e quanto mais próximo de zero melhor o ajuste.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_m - \hat{y}_m| \quad (13)$$

Em que:

y_m = biomassa observada do componente m , em kg;

\hat{y}_m = biomassa estimada do componente m , em kg;

n e m = conforme descrito anteriormente.

- o erro médio em porcentagem (MPE%) (EQUAÇÃO 14) que mede a média da porcentagem dos erros e são preferidos valores percentuais baixos.

$$MPE = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_m - \hat{y}_m|}{y_m} \quad (14)$$

Em que:

y_i, \hat{y}_i, n e m = conforme descrito anteriormente.

3.2.2 Ajuste simultâneo

O ajuste simultâneo foi realizado com base nos procedimentos referenciados por Parresol (1999) e Parresol (2001). Para o efeito foi considerado o seguinte método para impor a aditividade: *Nonlinear Seemingly Unrelated Regression (NSUR)*. Este método consiste em primeiro ajustar e selecionar os melhores modelos não lineares para cada componente da árvore. O modelo da biomassa total é uma função soma dos modelos empregados em cada componente, resultando consequentemente em um sistema de equações aditivas não lineares. Em seguida o sistema de equações aditivas foi ajustado simultaneamente garantindo-se deste modo à satisfação da premissa de aditividade. O sistema de equações ajustado é apresentado a seguir (EQUAÇÃO 15).

$$\begin{aligned} \hat{Y}_{raízes} &= \beta_{11} dap^{\beta_{12}} hc^{\beta_{13}} \\ \hat{Y}_{fuste} &= \beta_{21} dap^{\beta_{22}} ht^{\beta_{23}} \\ \hat{Y}_{galhos} &= \beta_{31} dap^{\beta_{32}} hc^{\beta_{33}} \\ \hat{Y}_{acículas} &= \beta_{41} dap^{\beta_{42}} ht^{\beta_{43}} \\ \hat{Y}_{casca} &= \beta_{51} (dap^2 ht)^{\beta_{52}} \\ \hat{Y}_{total} &= \beta_{11} dap^{\beta_{12}} hc^{\beta_{13}} + \beta_{21} dap^{\beta_{22}} ht^{\beta_{23}} + \beta_{31} dap^{\beta_{32}} hc^{\beta_{33}} + \beta_{41} dap^{\beta_{42}} ht^{\beta_{43}} + \\ &\quad \beta_{51} (dap^2 ht)^{\beta_{52}} \end{aligned} \quad (15)$$

3.2.3 Avaliação da homocedasticidade dos resíduos

A hipótese de nulidade em relação ao pressuposto de homogeneidade da variância dos resíduos (EQUAÇÃO 16) foi testada por meio do teste de White (1980) e pela análise gráfica dos resíduos.

$$\begin{cases} H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \dots = \delta_n = 0 \\ H_1: \delta_j \neq 0 \end{cases} \quad (16)$$

Para efetuar o teste de White (1980) faz-se necessário (MAIA, 2017):

- i) Estimar os resíduos do ajuste de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) para o modelo original;
- ii) Ajustar um modelo auxiliar relacionando o quadrado dos resíduos às variáveis independentes do modelo original, seus quadrados e produtos cruzados;
- iii) Calcular a estatística LM pelo produto do número de observações e o R^2 do ajuste auxiliar (EQUAÇÃO 17);
- iv) Calcular o valor p associado à estatística em uma distribuição χ^2 com g dado pelo número de variáveis explanatórias do ajuste auxiliar.

$$LM = n * R_{aux}^2 \quad (17)$$

Em que:

LM = estatística do teste;

n = número de observações;

R_{aux}^2 = coeficiente de determinação referente ao ajuste auxiliar.

3.2.4 Derivações de pesos para o ajuste independente ponderado e ajuste simultâneo ponderado

As equações obtidas nos ajustes independente e simultâneo foram ponderadas por meio da modelagem da estrutura da variância seguindo os

procedimentos propostos por Parresol (1999) e Parresol (2001). A seguir são descritos todos os passos:

- (i) Estimar a biomassa \hat{y}_i de cada componente e total com base nas equações selecionadas;
- (ii) Determinar os resíduos e_i para a biomassa de cada componente e biomassa total;
- (iii) Calcular o logaritmo natural do quadrado dos resíduos de cada componente e total $[\ln(e_i)^2]$;
- (iv) Calcular o logaritmo natural dos valores das variáveis independentes que constam nas equações selecionadas $[\ln(x_i)]$ para cada componente e total;
- (v) Fazer uma regressão entre $Y = \ln(e_i)^2$ e $X = \ln(x_i)$;
- (vi) Calcular os pesos com base na expressão (EQUAÇÃO 18).

$$Peso = \frac{1}{\sqrt{x_1^{b_1} + x_2^{b_2} + \dots + x_n^{b_n}}} \quad (18)$$

Em que:

x_1, x_2 e x_n = valores das variáveis independentes que constam na equação do respectivo componente ou da biomassa total.

b_1, b_2 e b_n = coeficientes obtidos no passo (v).

3.3 ANÁLISE COMPARATIVA: AJUSTE SIMULTÂNEO E AJUSTE INDEPENDENTE

Para efeitos da análise comparativa da modelagem independente e modelagem simultânea, o desempenho dos estimadores de biomassa dos dois procedimentos foi analisado quanto à consistência biológica das estimativas e ao comportamento das suas estatísticas de ajuste. A consistência biológica foi feita avaliando se $\hat{Y}_{raiz} + \hat{Y}_{fuste} + \hat{Y}_{casca} + \hat{Y}_{galhos} + \hat{Y}_{acículas} = \hat{Y}_{total}$, ou seja, $\hat{Y}_{total} - (\hat{Y}_{raiz} + \hat{Y}_{fuste} + \hat{Y}_{casca} + \hat{Y}_{galhos} + \hat{Y}_{acículas}) = 0$. Para avaliar o comportamento das estatísticas de ajuste, foram calculadas as diferenças existentes entre as estatísticas dos estimadores obtidos por ajuste simultâneo ponderado e ajuste independente ponderado (EQUAÇÃO 19).

$$D (\%) = \frac{(\hat{w}_m - \hat{y}_m)}{\hat{w}_m} 100 \quad (19)$$

Em que:

D = diferença em porcentagem (%) entre as estatísticas obtidas por ajuste simultâneo ponderado e ajuste independente ponderado;

\hat{w}_m = estatísticas obtidas por ajuste simultâneo ponderado em cada componente de biomassa m ;

\hat{y}_m = estatísticas obtidas por ajuste independente ponderado em cada componente de biomassa m .

3.4 AVALIAÇÃO DA ADITIVIDADE DOS COMPONENTES

A avaliação da aditividade das estimativas da biomassa dos componentes a estimativas da biomassa total foi feita ao nível da árvore individual (ajuste independente não ponderado e ponderado) e ao nível da parcela (ajuste independente ponderado). A avaliação ao nível da árvore indivíduo foi realizada recorrendo aos dados utilizados para a regressão e estimadores por razão (70 árvores de *Pinus* spp). Por sua vez, para a avaliação ao nível da parcela foram utilizados dados de 304 parcelas permanentes de áreas variando de 446,60 a 979,40 m², alocados em povoamentos de *Pinus* spp. com idades variando de 3,3 a 21,4 anos concedidos pela empresa Klabin. Deste banco de dados, 37.685 árvores cujas alturas haviam sido previamente mensuradas foram usadas para ajustar e selecionar o melhor modelo para a estimativa das alturas das restantes árvores.

Dado que este último banco de dados não continha medidas de diâmetro da copa (dc) e altura da copa (hc), enquanto que, as equações a serem empregues na avaliação da aditividade ao nível da parcela incluíam estas duas variáveis, fez-se necessário novamente recorrer a base de dados anterior (com 70 árvores de *Pinus* spp.) para ajustar e selecionar os melhores modelos para a estimativa destas variáveis.

Os critérios usados para avaliar a qualidade do ajuste dos modelos da estimativa do diâmetro da copa, altura da copa e altura total foram: $R^2_{aj.}$ (%), S_{yx} (kg), CV (%), MAE (kg), MPE (%) e análise da distribuição gráfica dos resíduos. A formulação matemática dessas estatísticas é descrita em (3.2). Na TABELA 4 estão

apresentados os modelos ajustados para a estimativa de diâmetro da copa, altura da copa e altura total das árvores.

TABELA 4 – MODELOS AJUSTADOS PARA A ESTIMATIVA DO DIÂMETRO DA COPA, ALTURA DA COPA E ALTURA TOTAL DE *Pinus* spp. NO SUL DO BRASIL.

Modelo	Diâmetro da copa e altura da copa	Altura total
1	$Y = \beta_0 d^{\beta_1} + \varepsilon$	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2 + \varepsilon$
2	$Y = \beta_0 + \beta_1 d + \varepsilon$	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{d} + \beta_2 \frac{1}{I} + \varepsilon$
3	$Y = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2 + \varepsilon$	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 \ln(d) + \beta_2 \frac{1}{I} + \varepsilon$
4	$Y = \beta_0 d^{\beta_1} h t^{\beta_2} + \varepsilon$	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 \ln(d) + \varepsilon$
5	$Y = \beta_0 (d^2 h)^{\beta_1} + \varepsilon$	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{d} + \varepsilon$
6	$Y = \beta_0 \left(\frac{1}{d}\right)^{\beta_1} h^{\beta_2} + \varepsilon$	$h = \beta_0 + \beta_1 \ln(d) + \varepsilon$

Em que: Y = diâmetro da copa ou altura da copa; h = altura total; d = diâmetro a 1,30 m do solo; I = idade; β_0 , β_1 e β_2 = coeficientes de regressão dos modelos ajustados; \ln = logaritmo natural; ε = erro aleatório.

Nos modelos logarítmicos usados para a estimativa da altura total, com vista corrigir os problemas da discrepância logarítmica foi calculado o Fator de Correção de Meyer (FCM) dado pela EQUAÇÃO 20.

$$FCM = e^{0,5QMRes.} \quad (20)$$

Em que:

e = base do logaritmo natural, 2,718281828...;

QMRes. = quadrado médio dos resíduos.

Como as áreas das parcelas não eram uniformes, na avaliação da aditividade ao nível da parcela consideraram-se apenas as parcelas com área de 600 m² por forma a facilitar a extrapolação da falta de aditividade por hectare. Deste modo foram utilizadas um total de 48 parcelas que atendiam a este requisito, cujas idades variavam de 3,4 a 8,9 anos. As EQUAÇÕES 21 e 22 representam a formulação para o cálculo da não aditividade.

$$NA = WTE_i - WTC_i \quad (21)$$

$$NA (\%) = \frac{WTE_i - WTC_i}{WTE_i} 100 \quad (22)$$

Em que:

NA = não aditividade por árvore ou por parcela, em kg.árv^{-1} e t.par^{-1} , respectivamente;

WTE_i = biomassa total estimada da árvore ou parcela i , em kg.árv^{-1} e t.par^{-1} , respectivamente;

WTC_i = Biomassa obtida pela soma dos componentes da árvore ou parcela i , em kg.árv^{-1} e t.par^{-1} , respectivamente.

3.5 ESTIMADORES POR RAZÃO DE BIOMASSA

Para a estimativa da biomassa de *Pinus* spp. por meio de estimadores por razão foi considerada a biomassa dos componentes (raiz, fuste, casca, galhos e acículas) e biomassa total como variáveis dependentes e o volume total das árvores estimado em (25) como variável independente. A EQUAÇÃO 23 representa o modelo de razão empregado e, todos os procedimentos aplicados para a derivação do mesmo são demonstrados em Péllico Netto e Behling (2019).

$$\hat{R}_m = \frac{\sum_{i=1}^n y_{mi}}{\sum_{i=1}^n x_i} \quad (23)$$

Em que:

\hat{R}_m = coeficiente angular estimado para cada componente m de biomassa, expresso em kg.m^{-3} ;

y_{mi} = biomassa do componente m da árvore i , expressa em kg;

x_i = volume estimado em (25) da árvore i , expresso em m^3 .

Dado que a base de dados não continha dados da cubagem rigorosa das árvores, os volumes totais das árvores foram estimados por meio da equação derivada do ajuste do modelo de Schumacher e Hall na sua forma linearizada

(EQUAÇÃO 24). Esta equação é indicada por Ubialli (1981) para estimativas do volume de *Pinus taeda* na mesma região em que foram colhidos os dados do presente estudo (Sul do Brasil).

$$\log(\hat{v}_i) = -4,28283 + 1,84671 \log(d_i) + 1,07949 \log(ht_i) + \varepsilon_i \quad (24)$$

$$\hat{v}_i = 10^{\log(\hat{v}_i)} \quad (25)$$

Em que:

\hat{v}_i = volume total estimado da árvore i , em m^3 ;

d_i = diâmetro a 1.3 m do solo da árvore i , em cm;

ht_i = altura total da árvore i , em m;

$\beta_0; \beta_1; \beta_2$ = coeficientes do modelo;

ε_i = erro aleatório do modelo, em m^3 .

Com os coeficientes angulares de cada componente, previamente estimados em (23), foi estimada a biomassa das raízes, fuste, casca, galhos, acículas e total com base na EQUAÇÃO 26.

$$\hat{y}_{mi} = \hat{R}_m \hat{v}_i \quad (26)$$

Em que:

y_{mi} , \hat{R}_m e \hat{v}_i = conforme descrito anteriormente.

Na sequência determinou-se a variância (EQUAÇÃO 27), o erro padrão absoluto (EQUAÇÃO 28), o erro padrão em percentagem (EQUAÇÃO 29) para avaliar o despenho dos estimadores por razão e plotou-se os gráficos de dispersão dos resíduos para avaliar a presença de heteroscedasticidade.

$$s_{\hat{y}_m}^2 = \frac{N(N-n)}{n(n-1)} \sum_{m=1}^M (y_{mi} - \hat{R}_m x_i)^2 \quad (27)$$

$$s_{\hat{y}_m} = \sqrt{\frac{N(N-n)}{n(n-1)} \left(\sum_{m=1}^M y_{mi}^2 - 2\hat{R}_m \sum_{m=1}^M y_{mi} x_i \right) + \hat{R}_m^2 \sum_{m=1}^M x_i^2} \quad (28)$$

$$s_{yx_m}(\%) = \frac{s_{\hat{y}_m}}{\bar{y}_m} 100 \quad (29)$$

Em que:

\hat{R}_m , y_{mi} e x_i = conforme descrito anteriormente;

$s_{\hat{y}_m}^2$ = variância de estimativa do componente de biomassa m , expressa em kg^2 ;

$s_{\hat{y}_m}$ = erro padrão de estimativa do componente de biomassa m , expresso em kg ;

$s_{yx_m}(\%)$ = erro padrão de estimativa do componente de biomassa m , expresso em percentagem (%);

N = número total de árvores da floresta;

n = número de árvores na amostra;

\bar{y}_m = média observada de biomassa do componente m , expresso em kg .

Tendo sido detectada a presença de heteroscedasticidade, com vista a sua correção e também melhorar a acurácia das estimativas de biomassa por razão foi feita a estratificação dos dados em dois estágios (FIGURA 1). No primeiro estágio a estratificação foi baseada na classe diamétrica, buscando se ter um número mínimo de 23 árvores por classe de *dap*, razão pela qual a amplitude entre as classes foi diferente (classe I – [1,91 – 16,23] cm com 23 árvores, classe II –]23,55 – 40,27] cm com 23 árvores e classe III –]16,23 – 23,55] cm com 24 árvores). O segundo estágio consistiu em fazer outra estratificação dentro de cada classe diamétrica baseando-se no coeficiente angular obtido pela razão entre biomassa total observada e o volume total estimado, conforme ilustra a EQUAÇÃO 30.

$$\hat{\beta}_{ij} = \frac{WT_{ij}}{\hat{v}_{ij}} \quad (30)$$

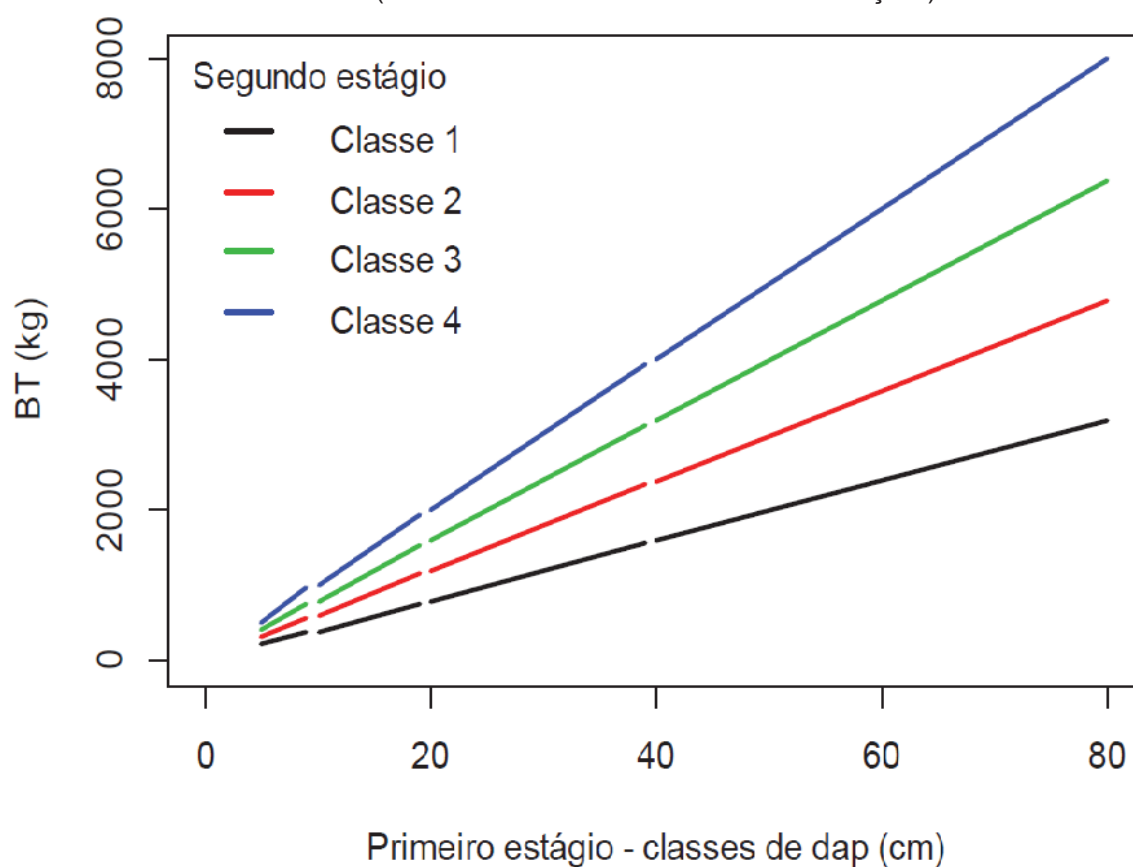
Em que:

$\hat{\beta}_{ij}$ = coeficiente angular da árvore i na classe diamétrica j ;

WT_{ij} = biomassa total observada da árvore i na classe diamétrica j ;

\hat{v}_{ij} = volume total estimado para árvore i na classe diamétrica j .

FIGURA 1 – REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO PROCESSO DE ESTRATIFICAÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS: ESTRATIFICAÇÃO POR CLASSES DIAMÉTRICAS (PRIMEIRO ESTÁGIO DE ESTRATIFICAÇÃO) E ESTRATIFICAÇÃO POR CLASSES DE COEFICIENTES ANGULARES OBTIDOS PELA RAZÃO ENTRE BIOMASSA TOTAL OBSERVADA E O VOLUME TOTAL ESTIMADO (SEGUNDO ESTÁGIO DE ESTRATIFICAÇÃO).



FONTE: Trautenmüller (2019).

No segundo estágio de estratificação foram definidos quatro (4) grupos de estratos de coeficiente angular em cada classe de dap baseando-se na amplitude total do coeficiente angular obtido em (30). A análise discriminante considerando as informações: diâmetro a 1,30 m do solo, altura total, diâmetro da copa, altura da copa, razão entre diâmetro da copa e diâmetro a 1,30 m do solo, razão entre diâmetro a 1,30 m do solo e altura total, volume não ponderado (dap^2ht) e volume estimado em (25) foi efetuada com vista a discriminar os grupos previamente formados.

Neste procedimento (estratificação em dois estágios), a variância (Equação 31), o erro padrão absoluto (EQUAÇÃO 32) e o erro padrão em percentagem (EQUAÇÃO 33) são dados por:

$$s_{\hat{Y}_{mjk}}^2 = \frac{N(N-n)}{n(n-1)} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M (y_{imjk}^2 - 2\hat{R}_{mjk})^2 \quad (31)$$

$$s_{\hat{Y}_{mjk}} = \sqrt{\frac{N(N-n)}{n(n-1)} \left(\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M y_{imjk}^2 - 2\hat{R}_{mjk} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M y_{imjk} x_{ijk} + \hat{R}_{mjk}^2 \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M x_{ijk}^2 \right)} \quad (32)$$

$$s_{yx_{mjk}}(\%) = \frac{s_{\hat{Y}_{mjk}}}{\bar{y}_{mjk}} 100 \quad (33)$$

Em que:

$s_{\hat{Y}_{mjk}}^2$ = variância da estimativa da biomassa do componente m , da classe diamétrica j e grupo k de coeficiente angular, em kg^2 ;

$s_{\hat{Y}_{mjk}}$ = erro padrão de estimativa de biomassa do componente m , da classe diamétrica j e grupo k de coeficiente angular, em kg ;

$s_{yx_{mjk}}(\%)$ = erro padrão de estimativa de biomassa do componente m , da classe diamétrica j e grupo k de coeficiente angular, em %;

n = número de unidades amostrais;

N = número total de árvores da floresta;

\hat{R}_{mjk} = coeficiente angular estimado para a biomassa do componente m , da classe diamétrica j e grupo k de coeficiente angular, em $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$;

y_{imjk} = biomassa da árvore i , do componente m , da classe diamétrica j e do grupo k do coeficiente angular, em kg ;

x_{ijk} = volume estimado da árvore i , da classe diamétrica j e do grupo k do coeficiente angular, em m^3 ;

\bar{y}_{mjk} = média observada da biomassa do componente m , das árvores da classe diamétrica j e do grupo k de coeficiente angular, em kg .

3.6 ANÁLISE COMPARATIVA: ESTIMADORES POR RAZÃO E AJUSTE SIMULTÂNEO PONDERADO (*WNSUR*)

Para efeitos comparativos dos estimadores por razão e procedimento *WNSUR*, dentro de cada classe diamétrica foi estimada a biomassa dos componentes (raízes, fuste, casca, galhos acículas) e total recorrendo às equações obtidas no ajuste por sistemas de equações ponderadas (*WNSUR*) e calculadas as respectivas precisões de ajuste (EQUAÇÃO 34).

$$s_{yx_{mj}}(\%) = \frac{s_{yx_{mj}}}{\bar{y}_{mj}} 100 \quad (34)$$

Em que:

$s_{yx_{mj}}$ = erro padrão de estimativa da biomassa do componente m da classe diamétrica j , em kg;

$s_{yx_{mj}}(\%)$ = erro padrão de estimativa da biomassa do componente m da classe diamétrica j , em percentagem (%);

\bar{y}_{mj} = média observada da biomassa do componente m na da classe diamétrica j , em kg.

Estatísticas de *Viés* (EQUAÇÃO 35), erro médio absoluto (EQUAÇÃO 36), erro quadrático médio (EQUAÇÃO 37), e raiz quadrada do erro quadrático médio (EQUAÇÃO 38) foram calculados para efeito comparativo das estimativas obtidas pela técnica de estimadores por razão de biomassa e estimativas geradas pelas equações ponderadas (*WNSUR*).

$$Viés = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{ijm} - \hat{y}_{ijm}) \quad (35)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_{ijm} - \hat{y}_{ijm}| \quad (36)$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{ijm} - \hat{y}_{ijm})^2 \quad (37)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{ijm} - \hat{y}_{ijm})^2} \quad (38)$$

Em que:

$Viés$ = distorção aleatória, em kg;

MAE = erro médio absoluto, em kg;

MSE = erro quadrático médio, em kg^2 ;

$RMSE$ = raiz quadrada do erro quadrático médio, em kg;

y_{ijm} = biomassa observada da árvore i , da classe diamétrica j e referente ao componente m , em kg;

\hat{y}_{ijm} = biomassa estimada da árvore i , da classe diamétrica j e referente ao componente m , em kg;

n = número de observações em cada classe diamétrica j .

Por fim, foi avaliado o desempenho dos estimadores de biomassa quanto ao comportamento das estatísticas de ajuste definidas em (35) a (38) calculando as diferenças entre as estatísticas obtidas por meio dos estimadores por razão de biomassa e as obtidas pelo procedimento *WNSUR* (EQUAÇÃO 39).

$$D (\%) = \frac{(\hat{w}_{mj} - \hat{y}_{mj})}{\hat{w}_{mj}} 100 \quad (39)$$

Em que:

D = diferença entre as estatísticas obtidas por razão e procedimento *WNSUR*, em %;

\hat{w}_{mj} = estatísticas obtidas pelos estimadores por razão de biomassa em cada componente m de biomassa e classe diamétrica j ;

\hat{y}_{mj} = estatísticas obtidas pelo procedimento *WNSUR* em cada componente m de biomassa e classe diamétrica j .

3.5 FERRAMENTAS DE ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS DADOS

A análise descritiva dos dados, a análise de aditividade, os gráficos dos resíduos dos ajustes independentes (não ponderado e ponderado) e dos ajustes simultâneos (*NSUR* e *WNSUR*), derivação de pesos para a ponderação das equações e todos os procedimentos referentes à razão exceto a análise discriminante foram feitos no programa estatístico *Excel* 2010. Todos os ajustes independentes não ponderados e os gráficos de dispersão foram realizados no pacote estatístico *R*. Todavia, visto que os ajustes simultâneos (não ponderado e ponderado) foram projetados para serem feitos no Programa estatístico *SAS*, com vista a eliminar o efeito das diferenças que poderiam existir nos algoritmos de ajuste dos programas estatísticos *R* e *SAS*, refez-se no *SAS* o ajuste de todos os melhores modelos selecionados no ajuste independente não ponderado que haviam sido feitos no *R* e só depois é que se procedeu com ajuste independente ponderado e os ajustes simultâneos (com e sem ponderação). E deste modo, conseguiu-se harmonizar os programas de ajuste para os quatro procedimentos referentes à regressão (ajuste independente não ponderado, ajuste independente ponderado, ajuste simultâneo não ponderado e ajuste simultâneo ponderado). O teste de White (1980) também foi feito no *SAS*.

A análise de correlação, a análise discriminante e os gráficos dos resíduos dos ajustes de altura total, diâmetro da copa e altura da copa foram realizados no programa estatístico *SPSS*.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS, ANÁLISE DE CORRELAÇÃO E DIAGRAMAS DE DISPERSÃO

Na TABELA 5 estão apresentados os resultados das estatísticas descritivas das variáveis independentes e dependentes consideradas na modelagem da biomassa de *Pinus* spp. Os valores médios das variáveis independentes (dap, ht, dc e hc) foram de 20,10 cm, 15,15 m, 3,36 m e 7,33 m respectivamente, onde a variável independente que apresentou maior variação foi a altura total, com o coeficiente de variação (CV%) de 50,52%. Por sua vez, os valores médios das variáveis dependentes (WR, WF, WC, WG, WA e WT) foram de 20,13 kg, 124,86 kg, 17,34 kg, 21,75 kg, 10,58 kg e 194,66 kg respectivamente, onde comparativamente as variáveis independentes, verifica-se uma ascendência dos CV% com o mínimo a situar-se nos 79,57% para a biomassa das raízes e um máximo de 115,14% para a biomassa do fuste.

Proporcionalmente a biomassa total, 64,14% da biomassa observada correspondeu à biomassa do fuste, 11,17% a biomassa dos galhos, 10,34% a biomassa das raízes, 8,91% a biomassa da casca e 5,44% a biomassa das acículas. Em suma, a biomassa acima do solo representou 89,66% da biomassa total e a biomassa abaixo do solo foi de apenas 10,34%. É também evidente a supremacia da biomassa do fuste em relação aos demais componentes e a mesma situação foi também constatada por Oliveira *et al.* (2018) para a *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze.

Segundo Caldeira *et al.* (2003) a maior fração de biomassa em uma espécie florestal encontra-se no componente fuste. A literatura preconiza acúmulo maior da biomassa no fuste, galhos e por último nas folhas (SANQUETTA *et al.*, 2015) porque segundo Otto (1994) citado por Caldeira *et al.* (2015), durante a fase inicial de desenvolvimento de uma floresta, uma grande parte de carboidratos é canalizada para a produção de biomassa da copa. Posteriormente, quando as copas começam a competir entre si, a produção relativa de fuste aumenta e a de galhos e folhas diminui gradativamente. Essa tendência de distribuição de biomassa foi também observada no presente estudo.

TABELA 5 – ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS VARIÁVEIS INDEPENDENTES E DEPENDENTES CONSIDERADAS NO AJUSTE DE BIOMASSA DE *Pinus* spp. NO SUL DO BRASIL.

Variável	<i>Pinus</i> spp. (n = 70)					
	\bar{x}	Mediana	Mín.	Máx.	s	CV (%)
dap (cm)	20,10	21,09	1,91	40,27	8,78	43,68
Altura total (m)	15,15	15,64	2,35	30,30	7,65	50,52
Diâmetro da copa (m)	3,36	3,00	1,26	7,08	1,42	42,41
Altura da copa (m)	7,33	6,86	1,78	14,93	3,04	41,46
Biomassa radicular (kg)	20,13	15,06	0,20	58,04	16,02	79,57
Biomassa do fuste (kg)	124,86	73,79	0,40	687,39	143,75	115,14
Biomassa da casca (kg)	17,34	14,32	0,10	65,91	15,37	88,66
Biomassa dos galhos (kg)	21,75	15,11	0,19	96,14	22,03	101,29
Biomassa das Acículas (kg)	10,58	9,47	0,35	39,54	7,21	68,19
Biomassa total (kg)	194,66	132,21	1,23	889,81	195,80	100,59

Em que: *dap* = diâmetro a 1,30 m do solo; \bar{x} = média; Mín. = menor valor; Máx. = maior valor; s = desvio padrão; CV (%) = coeficiente de variação.

Pela análise do grau de relacionamento das diferentes variáveis mensuradas nos indivíduos de *Pinus* spp. por meio da avaliação da correlação linear de Pearson (TABELA 6), observou-se que todas as variáveis dependentes (WR, WF, WC, WG, WA e WT) apresentaram correlação significativa a 1% de nível de significância com as variáveis independentes (dap, ht, dc, hc), mostrando uma forte correlação entre as variáveis, o que sugere a priori que, o estabelecimento de relações alométricas entre as variáveis pode resultar em ajustes satisfatórios.

A variável biomassa total apresentou altas correlações com a biomassa dos componentes, porém, correlação ligeiramente baixa com a biomassa das acículas comparativamente com os demais componentes. A mesma situação foi encontrada por Schikowski, Corte e Sanquetta (2013) para *Pinus* sp. A forte correlação da biomassa total com a biomassa dos componentes (raízes, fuste, casca e galhos) se deve ao caráter acumulativo dos mesmos, que no decorrer do crescimento da árvore são incorporados ao indivíduo ao invés de deposição no solo, como ocorre com parte das acículas (SCHIKOWSKI, CORTE e SANQUETTA, 2013).

TABELA 6 – CORRELAÇÃO LINEAR DE PEARSON PARA AS VARIÁVEIS UTILIZADAS NOS MODELOS ALOMÉTRICOS PARA PLANTIO DE *Pinus* spp. NO SUL DO BRASIL.

Correlação	dap (cm)	ht (m)	dc (m)	hc (m)	WR (kg)	WF (kg)	WC (kg)	WG (kg)	WA (kg)	WT (kg)
dap (cm)	1									
ht (m)	0,92**	1								
dc (m)	0,87**	0,69**	1							
hc (m)	0,92**	0,86**	0,84**	1						
WR (kg)	0,90**	0,82**	0,86**	0,89**	1					
WF (kg)	0,85**	0,83**	0,77**	0,80**	0,84**	1				
WC (kg)	0,87**	0,84**	0,77**	0,84**	0,89**	0,87**	1			
WG (kg)	0,85**	0,75**	0,87**	0,85**	0,85**	0,89**	0,85**	1		
WA (kg)	0,75**	0,64**	0,74**	0,71**	0,72**	0,56**	0,74**	0,72**	1	
WT (kg)	0,89**	0,85**	0,82**	0,85**	0,89**	0,99**	0,91**	0,93**	0,64**	1

Em que: dap = diâmetro a 1,30 m do solo; ht = altura total; dc = diâmetro da copa; hc = altura da copa; WR = biomassa das raízes; WF = biomassa do fuste; WC = biomassa da casca; WG = biomassa dos galhos; WA = biomassa das acículas; WT = biomassa total; ** = significativo a 1% de nível de significância.

As FIGURAS 2, 3, 4 e 5 ilustram a relação entre a biomassa (componentes e total) e as variáveis independentes. Nas mesmas, é evidente a existência de uma relação não linear entre as variáveis dependentes e variáveis independentes, sugerindo a priori a escolha de modelos alométricos não lineares para o ajuste.

FIGURA 2 – DIAGRAMAS DE DISPERSÃO DA BIOMASSA DE CADA COMPONENTE ARBÓREO EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO A 1,30 m DO SOLO (dap).

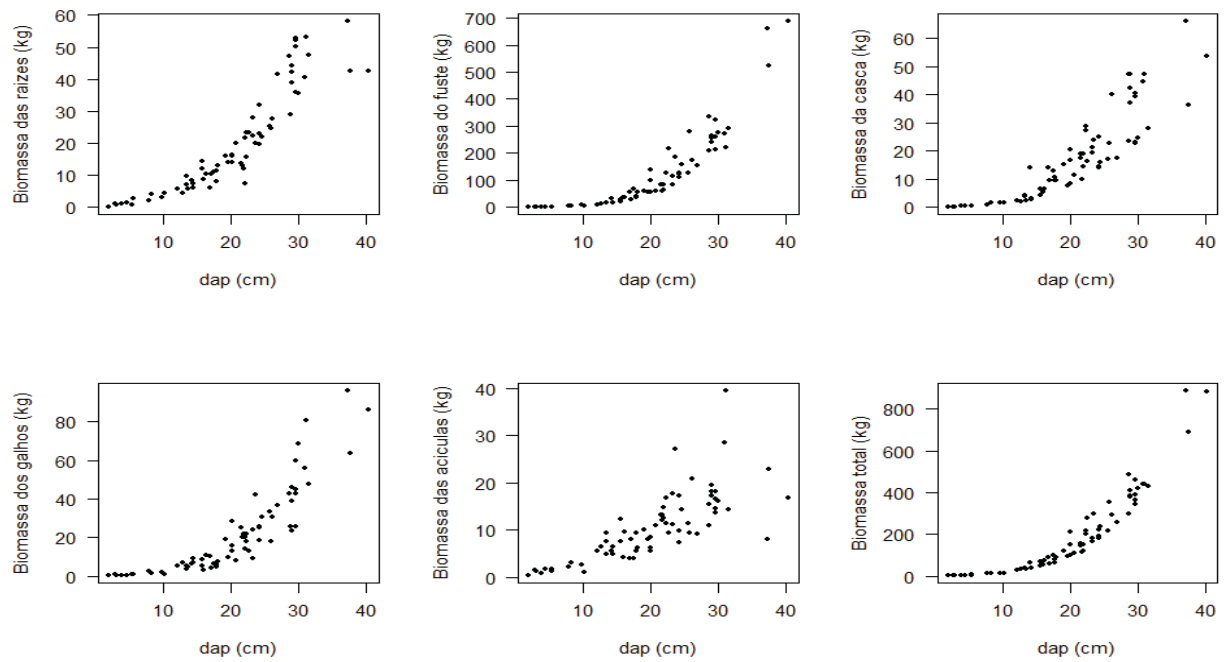


FIGURA 3 – DIAGRAMAS DE DISPERSÃO DA BIOMASSA DE CADA COMPONENTE ARBÓREO EM FUNÇÃO DA ALTURA TOTAL (ht).

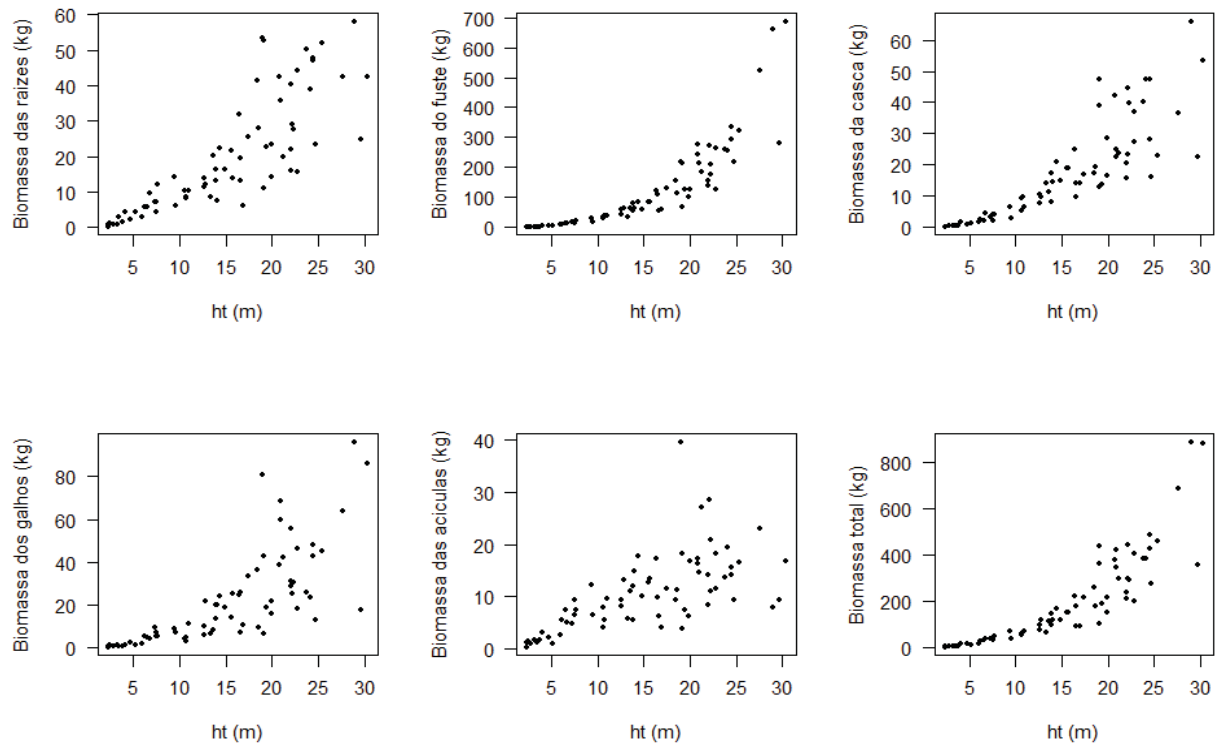


FIGURA 4 – DIAGRAMAS DE DISPERSÃO DA BIOMASSA DE CADA COMPONENTE ARBÓREO EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO DA COPA (dc).

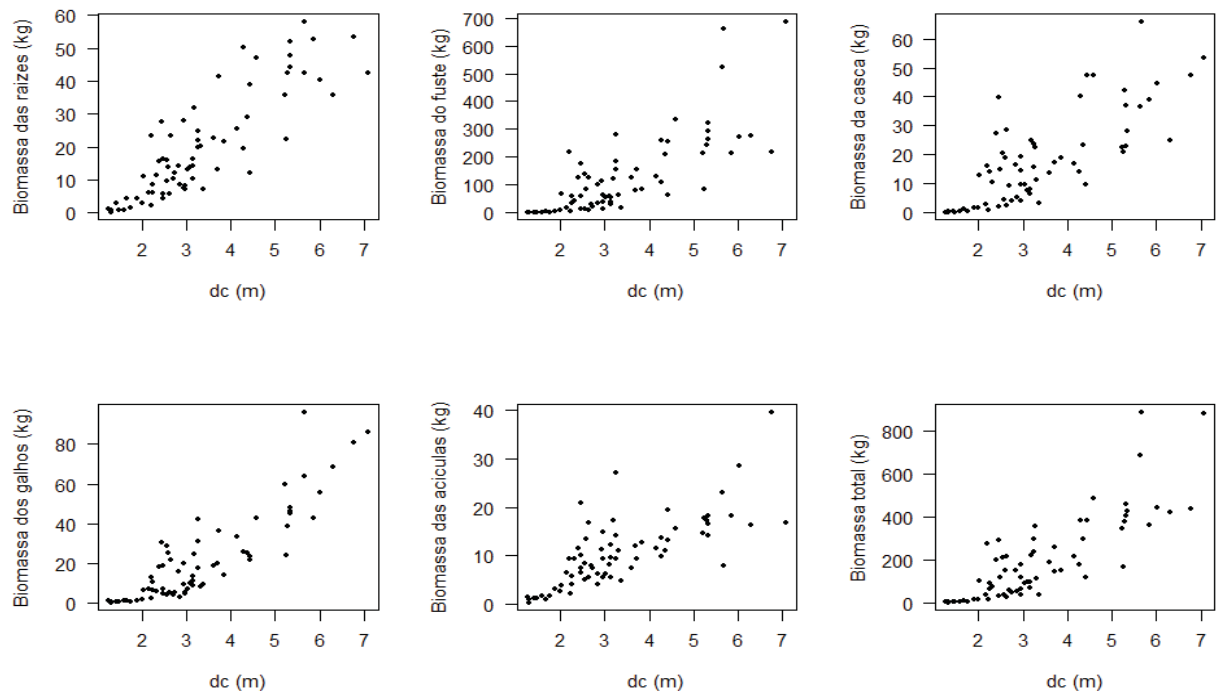
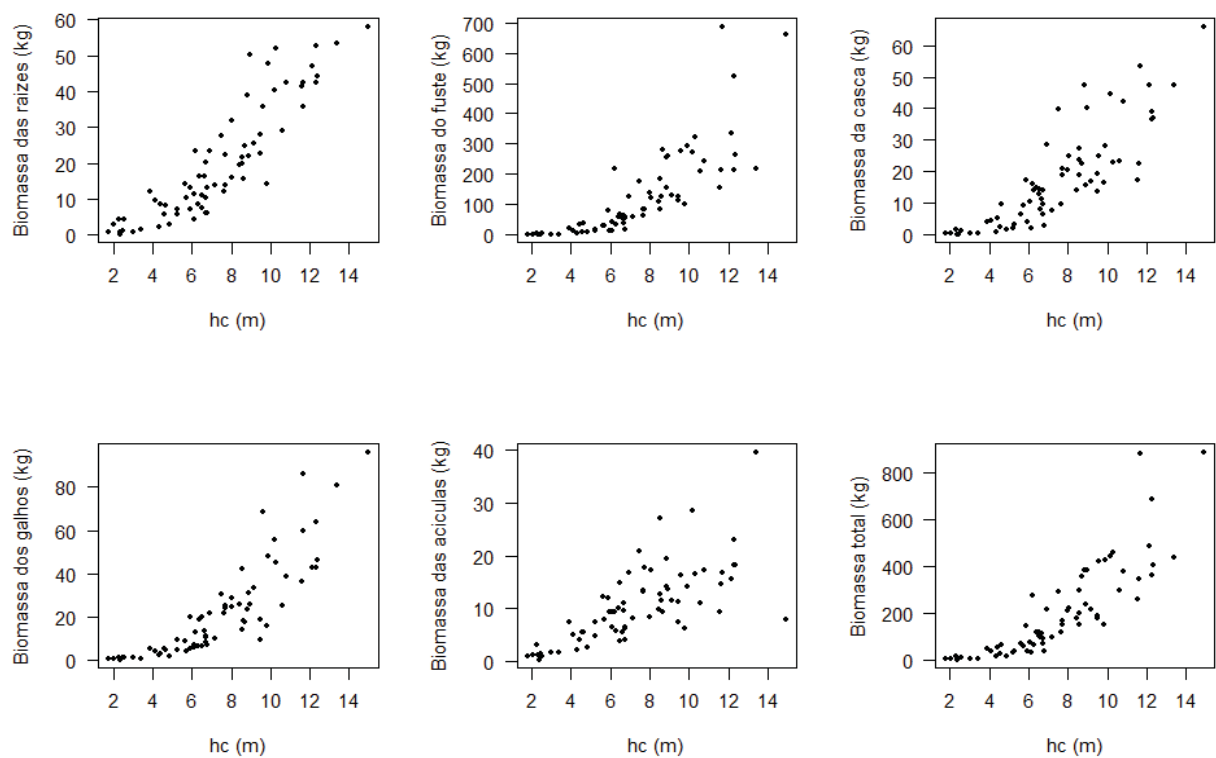


FIGURA 5 – DIAGRAMAS DE DISPERSÃO DA BIOMASSA DE CADA COMPONENTE ARBÓREO EM FUNÇÃO DA ALTURA DA COPA (hc).



4.2 AJUSTE INDEPENDENTE DOS MODELOS ALOMÉTRICOS

4.2.1 Ajuste independente não ponderado

A variável independente diâmetro a 1,30 m do solo (*dap*) foi a variável de maior destaque em todos os modelos ajustados devido a sua forte correlação com as variáveis preditas (biomassa dos componentes e biomassa total).

No entanto, as variáveis altura da copa (*hc*) e diâmetro da copa (*dc*) demonstraram potencial para serem incluídas em trabalhos de modelagem de biomassa de *Pinus* spp., pós também apresentaram boa correlação com a biomassa dos componentes e biomassa total e melhoraram significativamente as estatísticas de ajuste quando combinadas com a variável comumente usada (*dap*) em processos de modelagem de biomassa florestal. A *hc* chegou mesmo a ser substituída de *ht* conforme verificado nos componentes raízes e galhos.

Para além de alta correlação com a biomassa, a evidência de *dap* na modelagem é justificada pelo fato de ser uma variável facilmente acessível sem alto custo de investimento de mão-de-obra (HUONG *et al.*, 2018). Contudo, Dong, Zhang e Li (2018) afirmam que para um dado *dap*, grande variação ocorre entre os valores da biomassa dos componentes e biomassa total, pelo que o uso de apenas *dap* na modelagem de biomassa florestal pode não ser suficiente para prever a biomassa total, subtotal ou dos componentes das árvores, sugerindo a inclusão de variáveis como altura total e atributos da copa (por exemplo, comprimento e diâmetro da copa).

Porém, estas últimas variáveis (altura total, comprimento e diâmetro da copa) são mais difíceis e dispendiosas de se mensurar na prática comparativamente ao *dap* e podem adicionar incertezas às estimativas de biomassa devido aos seus erros de medição (DONG, ZHANG e LI, 2018), assim, a inclusão destas variáveis auxiliando o *dap* na modelagem de biomassa florestal, deve ser precedida de práticas fidedignas de medição das mesmas.

Os coeficientes de regressão e as estatísticas de ajuste dos nove (9) modelos alométricos não lineares considerados no ajuste independente não ponderado são apresentados na TABELA 7. Por sua vez, na TABELA 8 é apresentado de forma resumida, os coeficientes de regressão, as estatísticas de

ajuste e o teste de White dos modelos selecionados no ajuste independente não ponderado para compor o sistema de equações aditivas.

TABELA 7 – COEFICIENTES DE REGRESSÃO E ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DOS MODELOS ALOMÉTRICOS PARA ESTIMATIVA DA BIOMASSA DE DIFERENTES COMPONENTES E BIOMASSA TOTAL EM PLANTIOS DE *Pinus* spp. NO SUL DO BRASIL.

Componente	Modelo	b ₀	b ₁	b ₂	b ₃	R ² _{aj.} (%)	AIC	BIC	S _{yx} (kg)	CV (%)	MAE (kg)	MPE (%)
Raízes	1	0,069	1,850			83,74	463,81	470,55	6,37	31,63	4,33	28,85
	2	0,069	0,925			83,74	463,81	470,55	6,37	31,63	4,33	28,85
	3	0,094	0,602			81,65	472,25	479,00	6,76	33,59	4,70	29,63
	4	0,069	1,862	-0,012		83,5	469,8	474,8	6,37	31,62	4,33	28,88
	5	0,213	0,984	0,352	0,454	84,13	474,02	475,26	6,20	30,78	4,44	32,70
Fuste	6	0,113	1,120	0,846		86,81	454,10	459,09	5,82	28,27	4,25	31,74
	7	0,681	0,838	0,868		83,51	469,76	474,76	6,36	31,62	4,69	48,21
	8	0,122	1,562	0,259		84,01	467,60	472,59	6,27	31,13	4,38	30,39
	9	0,164	0,947	0,815	0,181	86,85	460,83	462,07	5,64	28,01	4,20	33,70
	1	0,005	3,229			93,73	704,24	710,99	35,46	28,40	22,50	29,51
Casca	2	0,005	1,615			93,73	704,24	710,99	35,46	28,40	22,50	29,51
	3	0,004	1,112			97,96	625,82	632,56	20,25	16,22	12,27	17,38
	4	0,004	1,877	1,501		98,27	619,01	624,01	18,89	14,80	11,26	19,01
	5	0,006	1,654	1,591	0,118	98,28	625,61	626,85	18,30	14,66	10,86	18,31
	6	0,005	3,098	0,177		93,74	709,2	714,19	35,20	28,19	22,01	28,10
	7	0,037	2,411	0,85		96,83	661,49	666,48	25,03	20,05	15,16	18,75
	8	0,001	3,848	-0,538		94,82	695,89	700,88	32,01	25,64	20,74	27,21
	9	0,001	3,678	0,285	-0,585	94,99	700,52	701,76	31,25	25,03	20,30	25,93
	1	0,029	2,071			80,56	470,51	477,25	6,68	38,52	5,10	50,80
	2	0,029	1,035			80,56	470,51	477,25	6,68	38,52	5,10	50,80
	3	0,037	0,687			81,74	466,12	472,87	6,57	37,34	4,75	42,30
	4	0,034	1,519	0,548		81,56	471,78	476,77	6,46	37,24	4,79	43,30
	5	0,031	1,596	0,519	-0,041	81,29	479,75	480,99	6,46	37,24	4,78	42,28
	6	0,005	3,098	0,177		81,39	472,43	477,42	6,49	37,42	4,76	52,35
	7	0,229	1,260	0,652		79,57	478,98	483,97	6,80	39,21	4,98	76,03
	8	0,014	2,423	-0,313		80,86	474,41	479,41	6,58	37,95	4,95	42,78
	9	0,018	1,98	0,599	-0,378	81,91	477,40	478,64	6,35	36,62	4,60	40,84

Componente	Modelo	b_0	b_1	b_2	b_3	$R^2_{aj.} (\%)$	AIC	BIC	S_{yx} (kg)	CV (%)	MAE (kg)	MPE (%)
Galhos	1	0,006	2,601			85,08	502,40	509,14	8,39	38,56	5,29	39,11
	2	0,006	1,301			85,08	502,40	509,14	8,39	38,56	5,29	39,11
	3	0,010	0,847			79,98	522,99	529,74	9,72	44,67	6,19	42,01
	4	0,005	3,351	-0,722		86,08	502,50	507,50	8,04	36,97	5,47	43,14
	5	0,034	1,805	-0,063	0,786	87,44	502,25	503,49	7,58	34,85	5,28	37,52
	6	0,010	1,776	1,011		88,36	489,98	494,97	7,52	33,80	4,93	33,67
	7	0,274	0,859	1,509		86,11	502,36	507,36	8,03	36,93	5,65	47,62
	8	0,037	1,705	0,817		87,63	494,28	499,27	7,58	34,86	5,27	37,11
	9	0,018	1,98	0,599	-0,378	90,14	485,33	486,57	6,72	30,88	4,60	30,29
Acículas	1	0,311	1,172			56,03	421,74	428,49	4,71	44,56	2,97	36,85
	2	0,311	0,586			56,03	421,74	428,49	4,71	44,56	2,97	36,85
	3	0,487	0,354			52,07	427,79	434,53	4,92	46,53	3,19	41,62
	4	0,200	1,838	-0,583		57,62	424,14	429,13	4,70	43,43	2,87	35,66
	5	0,395	1,305	-0,376	0,306	57,46	431,35	432,59	4,57	43,18	2,91	37,88
	6	0,334	1,086	0,093		55,43	427,66	432,66	4,71	44,54	2,97	37,05
	7	1,706	0,294	0,857		55,72	427,20	432,2	4,70	44,39	3,22	54,99
	8	0,723	0,691	0,503		57,50	424,33	429,32	4,60	43,49	2,99	42,18
	9	0,757	0,628	0,073	0,501	56,89	432,27	433,52	4,60	43,47	3,00	42,74
Total	1	0,031	2,792			95,63	722,27	729,01	40,34	20,72	27,19	23,17
	2	0,031	1,396			95,63	722,27	729,01	40,34	20,72	27,19	23,17
	3	0,032	0,952			97,57	681,21	687,96	30,08	15,45	20,76	19,23
	4	0,032	1,994	0,855		97,56	686,41	691,41	29,91	15,37	20,43	18,75
	5	0,054	1,594	1,019	0,210	97,66	690,56	691,80	29,97	14,95	19,29	17,48
	6	0,035	2,532	0,326		95,94	722,03	727,02	38,58	19,82	26,22	21,70
	7	0,346	1,804	0,895		96,11	719,03	724,02	37,76	19,40	23,77	16,78
	8	0,017	3,082	-0,251		95,88	723,19	728,19	38,90	19,98	26,51	22,61
	9	0,017	2,837	0,385	-0,308	96,33	721,89	723,13	36,40	18,70	24,07	20,73

Em que: b_0 , b_1 , b_2 e b_3 = coeficientes de regressão; $R^2_{aj.} (\%)$ = coeficiente de determinação ajustado em porcentagem; AIC = critério de informação de Akaike; BIC = critério de informação Bayesiano; S_{yx} (kg) = erro padrão de estimativa em kg; MAE (kg) = Erro médio absoluto em kg; MPE (%) = erro médio em porcentagem.

TABELA 8 – RESUMO DOS COEFICIENTES DE REGRESSÃO, ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E TESTE DE WHITE DOS MODELOS ALOMÉTRICOS SELECIONADOS NO AJUSTE INDEPENDENTE NÃO PONDERADO.

Componente	b ₀	b ₁	b ₂	b ₃	R ² _{aj.} (%)	S _{yx} (kg)	CV (%)	MAE (kg)	MPE (%)	White
Raízes	0,113	1,120	0,846		86,81	5,82	28,27	4,25	31,74	30,14*
Fuste	0,004	1,877	1,501		98,27	18,89	14,80	11,26	19,01	48,08*
Casca	0,037	0,687			81,74	6,57	37,34	4,75	42,30	46,55*
Galhos	0,010	1,776	1,011		88,36	7,52	33,80	4,93	33,67	18,62*
Acículas	0,200	1,838	-0,583		57,62	4,70	43,43	2,87	35,66	25,49*
Total	0,054	1,594	1,019	0,210	97,66	29,97	14,95	19,29	17,48	55,35*

Em que: * = significativo a 95% de probabilidade.

No cômputo geral, todos os modelos alométricos considerados apresentaram estatísticas de ajuste satisfatórias. Para a biomassa das raízes (WR) e biomassa dos galhos (WG), os melhores modelos foram o modelo 6 e o modelo 9, contudo, foi selecionado o modelo 6 para ambos componentes por apresentar estatísticas de ajuste próximos aos do modelo 9 porém com menos variáveis explicativas. De referir também que, para WG o outro motivo que fez com que fosse escolhido o segundo melhor modelo (modelo 6) foi à falta de convergência na estimativa dos coeficientes no ajuste simultâneo no programa SAS quando considerado o melhor modelo (modelo 9) de todos ajustados para este componente. Algo semelhante é citado em Parresol (1999), que se refere à parcimônia dos modelos no ajuste simultâneo. No que concerne aos valores de estatísticas de ajuste, o modelo selecionado apresentou coeficiente de determinação em porcentagem ($R^2_{aj. \%}$) de 86,81% para WR e 88,36% para WG, com acurácia medida pelo coeficiente de variação dos resíduos em porcentagem (CV%) de 28,27% para WR e 33,80% para WG. O erro médio em porcentagem (MPE%) foi de 31,74% e 33,67% para WR e WG respectivamente.

Para a biomassa do fuste (WF) e biomassa das acículas (WA), os melhores modelos foram o modelo 4 e o modelo 5, tendo sido escolhido o modelo 4 pela mesma razão apresentada anteriormente (poucas variáveis explicativas). O modelo selecionado para estes dois componentes (modelo 4) apresentou $R^2_{aj. \%}$ de 98,27% para WF e 57,62% para WA, CV% de 14,80% para WF e 43,43% para WA. As outras medidas de acurácias dadas por MPE (%) foram de 19,01% e 35,66% para WF e WA respectivamente.

No entanto, no quesito biomassa das acículas, foram encontradas estatísticas de ajuste menos exatas quando comparadas com as dos demais componentes. Esta situação foi também observada por vários autores, dentre eles, Cole e Ewel (2006) para *Cedrela odorata*, *Cordia alliodora*, *Hyeronima alchorneoides* e *Euterpe oleracea*; Magalhães e Seifert (2015) para *Androstachys johnsonii*, Dong, Zhang e Li (2014) para *Picea koraiensis*, *Pinus koraiensis* e *Larix gmelinii*, Dong, Zhang e Li (2018) para *Larix gmelini* e *Betula platyphylla*, Oliveira et al. (2018) para *Araucaria angustifolia* e Sanquetta et al. (2015) para *Pinus elliottii*.

Cole e Ewel (2006) afirmam que as fracas estatísticas de ajuste encontradas nas estimativas do componente folhagem não devem constituir uma surpresa dado que, a capacidade de estimar a biomassa de grandes componentes lenhosos, como

os fustes, tende a ser mais forte do que a de estimar componentes menores e de vida mais curta, como as folhas. A biomassa de folhas é naturalmente mais variável em relação aos demais componentes da biomassa (SANQUETTA *et al.*, 2015) visto que, a folhagem é mais suscetível a intempéries, herbívoros e competição entre plantas (COLE e EWEL, 2006). De acordo com Oliveira *et al.* (2018), a baixa previsibilidade da biomassa para copa das árvores pode estar associada a densidade de plantio, idade, sítio, geometria da copa entre outros fatores que influenciaram na variabilidade de crescimento entre os indivíduos. Tratando-se neste estudo de espécies oriundas de plantações florestais que geralmente usam espaçamentos adensados, é provável que a competição intraespecífica tenha influenciado a geometria da copa e, portanto, a heterogeneidade da biomassa foliar de árvore para árvore conforme sustenta Cole e Ewel (2006).

No que tange a biomassa da casca (WC), todos os modelos apresentaram baixa amplitude de variação das estatísticas de ajuste, ou seja, produziram resultados bastante semelhantes. O $R^2_{aj.}$ variou de 79,57% a 81,91% e o CV% variou de 36,62% a 39,21%. Mais uma vez, o modelo 9 evidenciou-se na estimativa da biomassa deste componente mas, devido ao seu número maior de variáveis explicativas (3 variáveis) novamente foi descartado, a favor do modelo 3 que com apenas duas (2) variáveis explicativas (dap e ht) gerar estatísticas de ajuste próximas as do modelo 9. A outra razão da escolha do modelo 3 é o fato desse apresentar baixos valores do critério de informação de akaike (AIC) e critério de informação bayesiano (BIC), 466,12 e 472,87, respectivamente.

A biomassa total (WT), à semelhança do que é observado na biomassa do fuste (WF), todos os modelos produziram estatísticas de ajuste apropriadas com $R^2_{aj.}$ acima de 90% e CV% abaixo de 30%. Entretanto, estiveram em evidência os modelos 3, 4 e 5 dos quais foi escolhido o modelo 5 por apresentar menor dispersão dos resíduos.

Assim, atendendo e considerando os critérios de seleção dos melhores modelos alométricos previamente definidos, $R^2_{aj.}$ (%), AIC, BIC, S_{yx} (kg), CV (%), MAE (kg), MPE (%) e análise da distribuição gráfica dos resíduos, no ajuste independente não ponderado da biomassa dos componentes e da biomassa total foram selecionados os seguintes modelos: $Y = \beta_0 dap^{\beta_1} hc^{\beta_2}$ (modelo 6) para a biomassa das raízes, $Y = \beta_0 dap^{\beta_1} ht^{\beta_2}$ (modelo 4) para a biomassa do fuste, $Y =$

$\beta_0(dap^2ht)^{\beta_1}$ (modelo 3) para a biomassa da casca, $Y = \beta_0dap^{\beta_1}hc^{\beta_2}$ (modelo 6) para a biomassa dos galhos, $Y = \beta_0dap^{\beta_1}ht^{\beta_2}$ (modelo 4) para a biomassa das acículas e $Y = \beta_0dap^{\beta_1}ht^{\beta_2}dc^{\beta_3}$ (modelo 5) para a biomassa total.

Por meio da análise da distribuição gráfica dos resíduos em função dos valores estimados em kg (FIGURA 6) e pelo teste de White (TABELA 8), detectou-se que em todos os modelos selecionados, a hipótese de nulidade em relação à homogeneidade dos resíduos foi rejeitada para a biomassa de todos componentes e biomassa total. A presença de heteroscedasticidade dos resíduos é comum nas relações alométricas de biomassa (PARRESOL, 1999; NICKLESS, SCHOLLES e ARCHIBALD, (2011); BELHLING, 2016; DONG, ZHANG e LI, 2018). Segundo Cunia e Briggs (1984) citados por Belhling (2016) é natural esperar que a variabilidade da biomassa das árvores de diâmetros menores seja menor do que a variabilidade da biomassa das árvores de diâmetros maiores, causando a variância inconstante nos distúrbios das equações de biomassa.

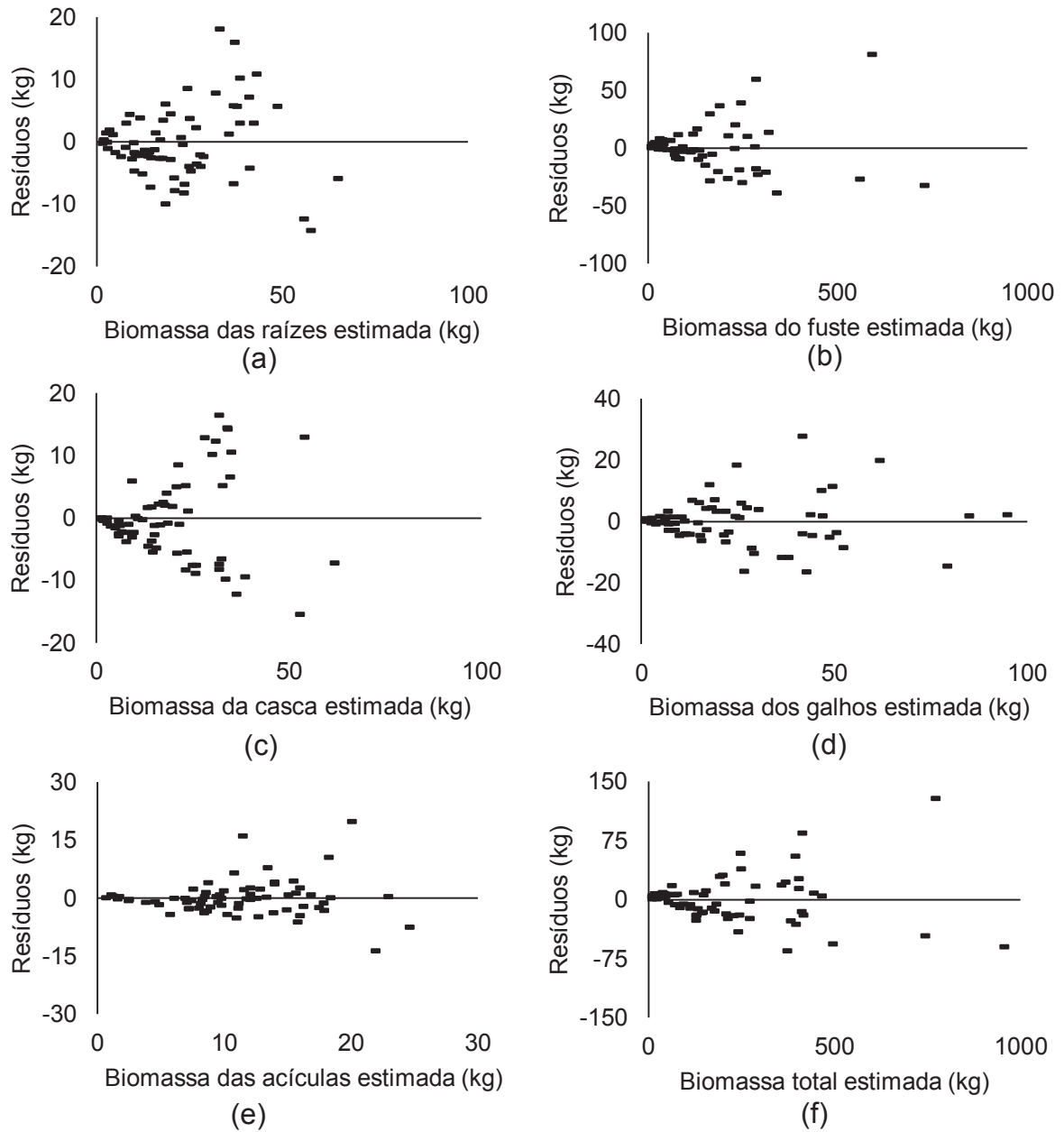
De acordo com Behling (2016), existem várias formas para detectar a heteroscedasticidade, das quais se destacam: *i)* analisar graficamente o comportamento dos resíduos em função de X_i ou Y_i para verificar se ocorre algum padrão sistemático na distribuição dos resíduos, o que sugere a heteroscedasticidade dos erros; *ii)* aplicar testes estatísticos, como, por exemplo, o teste de White (1980). No presente estudo aplicou-se aos dois procedimentos (análise gráfica dos resíduos e teste de White) com vista a se ter mais de um critério na avaliação da existência ou não da heterogeneidade dos resíduos.

O problema de heteroscedasticidade dos resíduos pode ter consequências adversas para a eficiência dos estimadores de mínimos quadrados (LIN e WEI, 2003) dado que, embora não enviesados, os mesmos são ineficientes, e as estimativas das variâncias são enviesadas, invalidando, por consequência, os testes de significância (BEHLING, 2016). Os erros padrão dessas estimativas estarão incorretos, levando a inferências incorretas (GELFAND, 2015).

Segundo Trautenmüller (2019), a aplicação de pesos simples às variáveis independentes pode corrigir a heteroscedasticidade. Este fato é corroborado por Magalhães (2015) que dentre as funções de peso por ele testadas ($1/D$, $1/D^2$, $1/DH$, $1/DLCL$, $1/D^2H$ e $1/D^2LCL$) conseguiu superar a heteroscedasticidade dos resíduos aplicando a melhor função de peso $1/D^2H$ para todas as equações dos componente

arbóreos. Contudo, esta abordagem de correção do problema de heterogeneidade dos resíduos pode não conter a variação da variável dependente, pelo que, uma forma mais eficiente de lidar com este problema é derivar os pesos por meio da modelagem da estrutura da variância (TRAUTENMÜLLER, 2019). Assim, no presente estudo optou-se por ponderar as equações da biomassa de todos os componentes e biomassa total por meio da modelagem da estrutura de variância seguindo os procedimentos recomendados por Parresol (1999) e Parresol (2001).

FIGURA 6 – RESÍDUOS EM FUNÇÃO DA BIOMASSA ESTIMADA (kg) NO AJUSTE INDEPENDENTE NÃO PONDERADO; (a) BIOMASSA DAS RAÍZES; (b) BIOMASSA DO FUSTE; (c) BIOMASSA DA CASCA; (d) BIOMASSA DOS GALHOS; (e) BIOMASSA DAS ACÍCULAS; (f) BIOMASSA TOTAL.



4.2.2 Ajuste independente ponderado

Os coeficientes de regressão, as estatísticas de ajuste, o teste de White e as funções de pesos do ajuste independente ponderado estão apresentados na TABELA 9. Na mesma, observa-se que numericamente houve pouca alteração das estatísticas de ajuste da biomassa total e da biomassa de todos os componentes, mantendo-se praticamente similares.

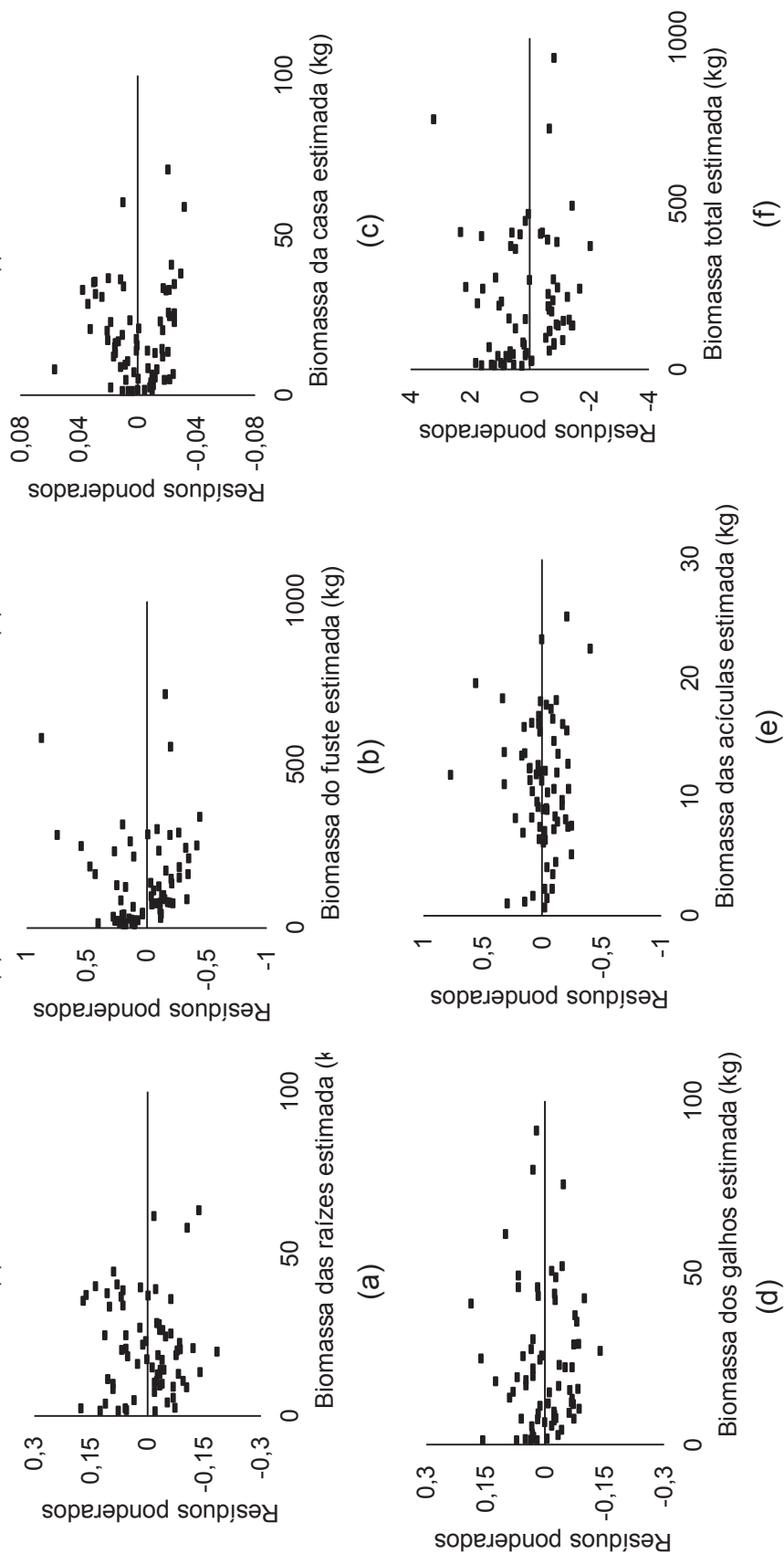
No entanto, com a ponderação por meio da modelagem da estrutura da variância dos resíduos, conseguiu-se resolver o problema da heteroscedasticidade dos resíduos em todos os componentes e para o total, conforme ilustrado na FIGURA 7 e também por meio da avaliação do teste de White (TABELA 9).

TABELA 9 – FUNÇÃO DE PESOS, COEFICIENTES DE REGRESSÃO, ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E TESTE DE WHITE OBTIDOS NO AJUSTE INDEPENDENTE PONDERADO PELA MODELAGEM DA ESTRUTURA DA VARIÂNCIA.

Componente	Função de pesos	b_{1i}	b_{2i}	b_{3i}	b_{4i}	$R^2_{aj.}(\%)$	S_{yx} (kg)	CV (%)	MAE (kg)	MPE (%)	White
Raízes	$\sigma_{WR}^2 = dap^{-2,338} hc^{0,533}$	0,064	1,599	0,394		85,71	6,06	30,08	4,10	27,26	9,47 ^{ns}
Fuste	$\sigma_{WF}^2 = dap^{-0,076} ht^{2,848}$	0,005	1,918	1,378		98,21	19,22	15,40	11,22	17,59	29,64 ^{ns}
Galhos	$\sigma_{WG}^2 = dap^{1,825} hc^{1,709}$	0,016	1,607	1,053		88,14	7,59	34,88	5,08	34,17	7,57 ^{ns}
Acículas	$\sigma_{WA}^2 = dap^{3,537} ht^{-1,687}$	0,181	1,706	-0,404		57,25	4,72	44,58	2,83	33,46	4,12 ^{ns}
Casca	$\sigma_{WC}^2 = (dap^2 ht)^{1,231}$	0,013	0,795			80,54	6,83	39,40	4,69	28,52	8,67 ^{ns}
Total	$\sigma_{WT}^2 = dap^{-1,168} ht^{2,947} dc^{1,117}$	0,078	1,445	1,020	0,290	97,70	30,38	15,60	18,75	16,11	18,54 ^{ns}

Em que: ns = não significante a 95% de probabilidade; b_{1i} , b_{2i} e b_{3i} são os coeficientes da regressão; $i = 1, 2, 3, 4$ e 5.

FIGURA 7 – RESÍDUOS EM FUNÇÃO DA BIOMASSA ESTIMADA (kg) NO AJUSTE INDEPENDENTE PONDERADO: (a) BIOMASSA DAS RAÍZES; (b) BIOMASSA DO FUSTE; (c) BIOMASSA DA CASCA; (d) BIOMASSA DOS GALHOS; (e) BIOMASSA DAS ACÍCULAS; (f) BIOMASSA TOTAL.



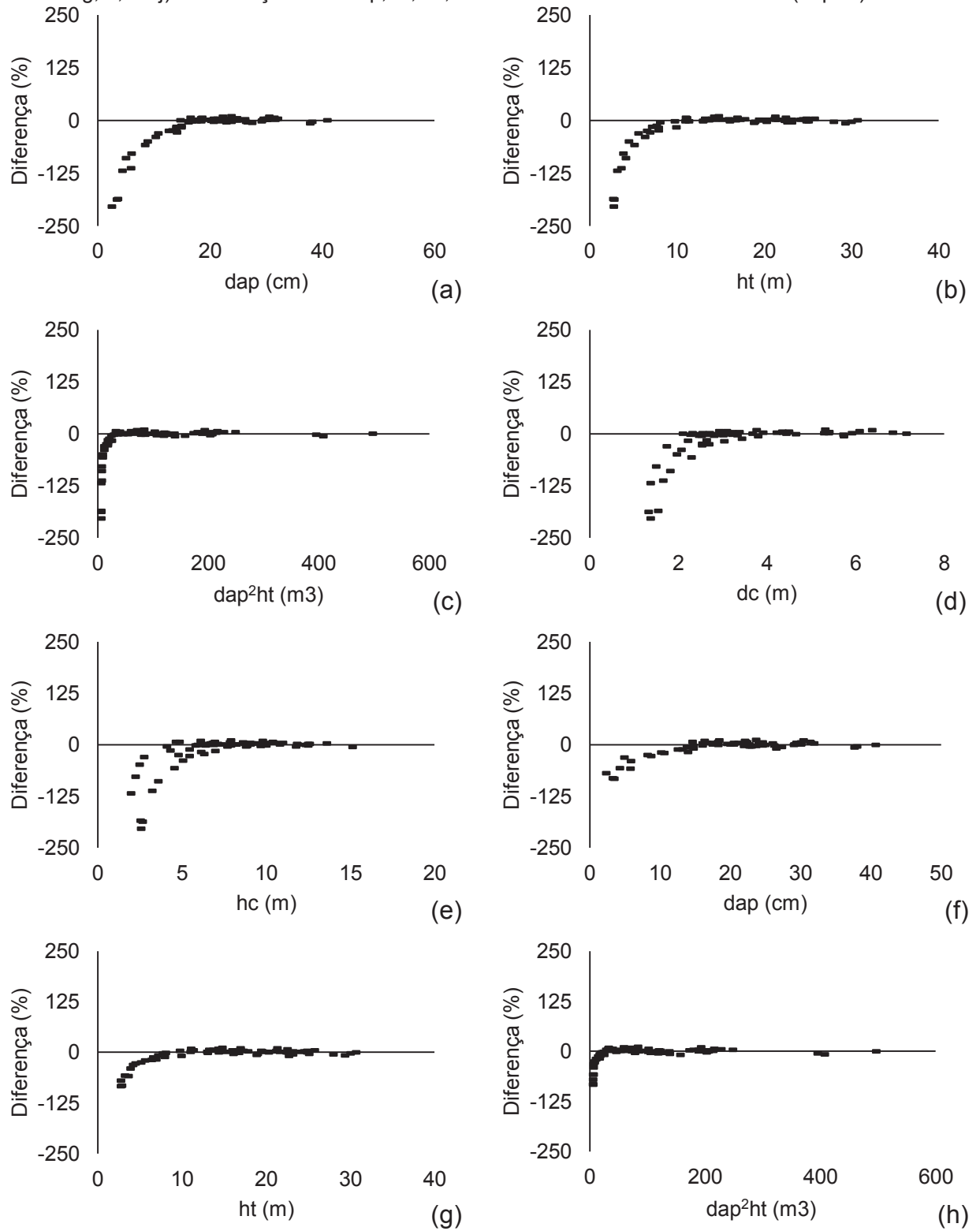
4.3 ADITIVIDADE DOS COMPONENTES

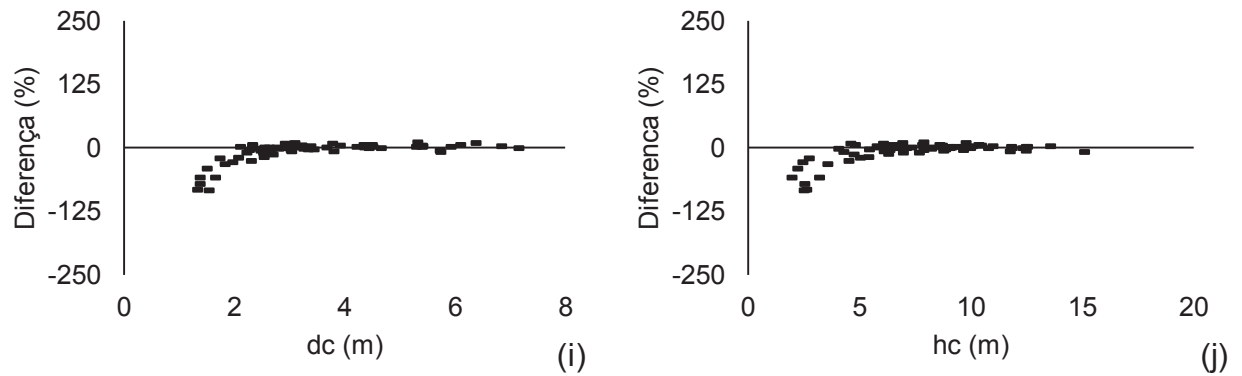
4.3.1 Ao nível da árvore individual

Embora tenha se conseguido resolver o problema de heteroscedasticidade com a modelagem independente ponderada, persistiu ainda a falta de consistência biológica das estimativas, dado que a soma das estimativas da biomassa dos componentes não corresponde à estimativa da biomassa total. Matematicamente falando ocorre que, $\hat{Y}_{raiz} + \hat{Y}_{fuste} + \hat{Y}_{casca} + \hat{Y}_{galhos} + \hat{Y}_{acículas} \neq \hat{Y}_{total}$, ou seja, $\hat{Y}_{total} - (\hat{Y}_{raiz} + \hat{Y}_{fuste} + \hat{Y}_{casca} + \hat{Y}_{galhos} + \hat{Y}_{acículas}) \neq 0$.

As FIGURAS 8 e 9 ilustram a diferença (em % e kg) entre a biomassa total estimativa por meio da equação independente e a biomassa total obtida por meio do somatório das estimativas da biomassa dos componentes na modelagem independente não ponderada e ponderada em função das variáveis independentes e do volume não ponderado (dap^2ht). A mesma mostra que em termos relativos, a falta de aditividade das equações independentes foi maior e tendenciosa (valores apenas negativos) nas menores árvores tanto para o ajuste independente não ponderado, assim como para o ajuste independente ponderado. Contudo, com a ponderação, a não aditividade baixou consideravelmente nas menores árvores. A maior falta de aditividade foi observada no ajuste independente não ponderado (-204,54% para a menor árvore com dap de 1,91 cm), sendo que no ajuste independente ponderado a maior falta de aditividade foi de apenas -83,79% para uma árvore com dap de 3,02 cm. Situação contrária foi observada por Trautenmüller (2019) para florestas nativas do sul do Brasil que concluiu que a não aditividade das equações independentes não apresentou tendência, ou seja, apresentou valores positivos e negativos em todas as classes de dap e com diferenças relativamente baixas variando entre 34,89% a 19,02%.

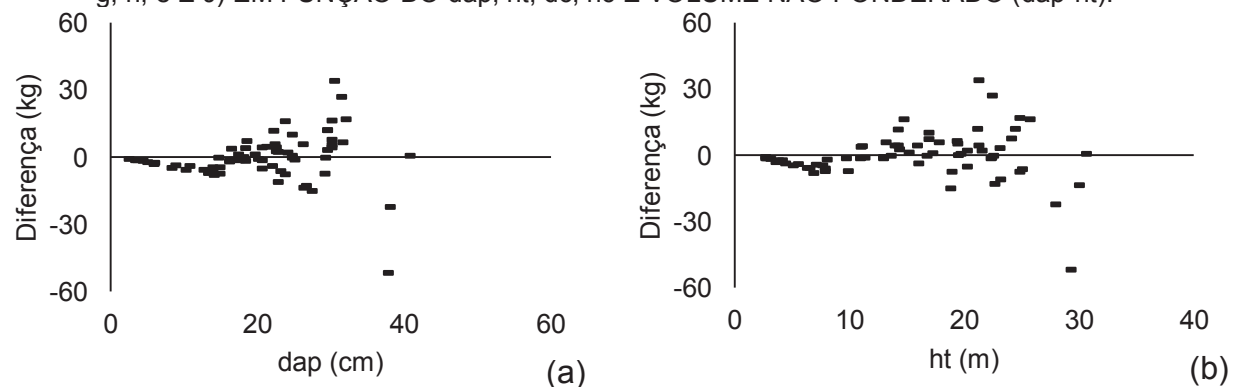
FIGURA 8 – NÃO ADITIVIDADE (%) DA BIOMASSA TOTAL ESTIMADA POR MEIO DO AJUSTE INDEPENDENTE NÃO PONDERADO (a, b, c, d E e) E AJUSTE INDEPENDENTE PONDERADO (f, g, h, i E j) EM FUNÇÃO DO dap, ht, dc, hc E VOLUME NÃO PONDERADO (dap^2ht).

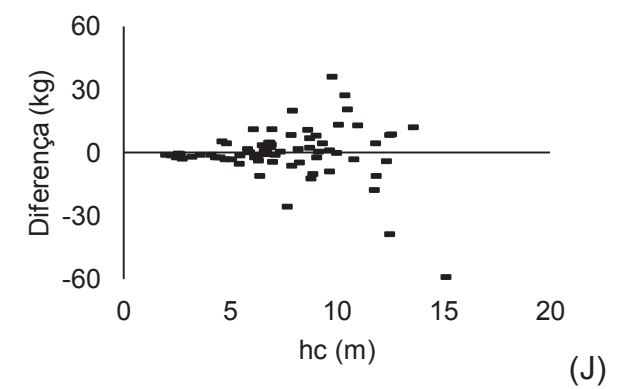
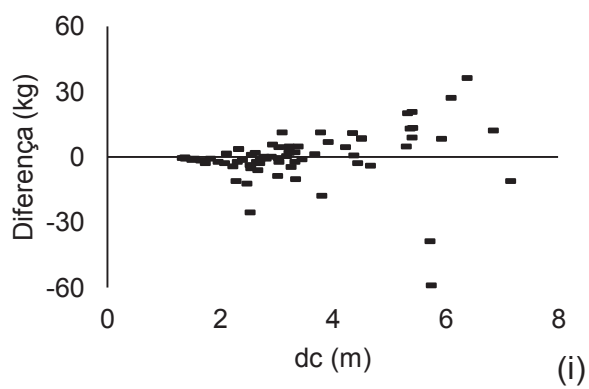
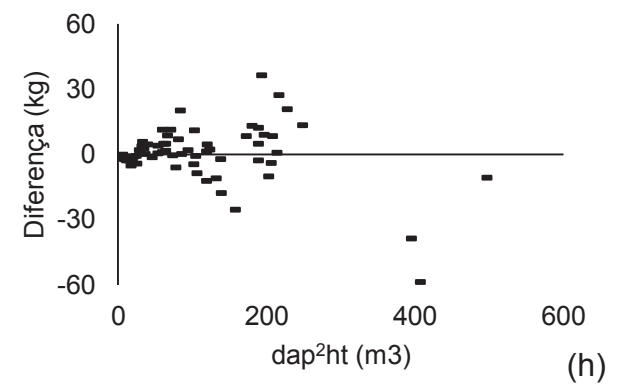
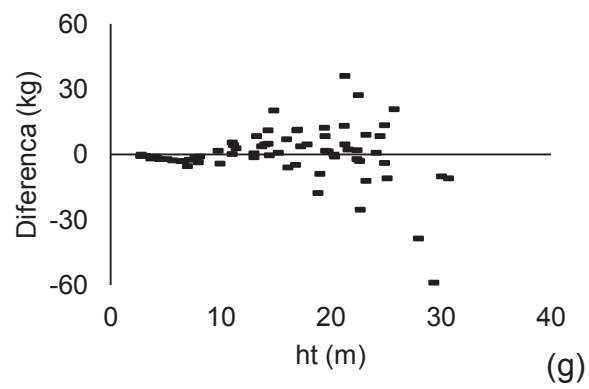
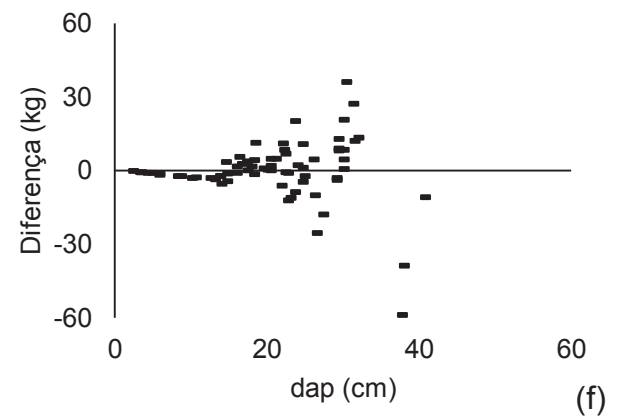
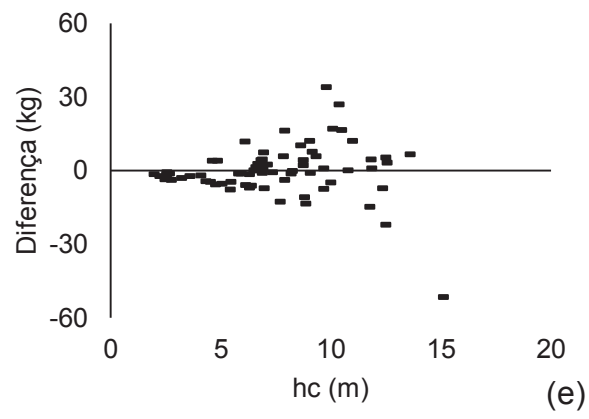
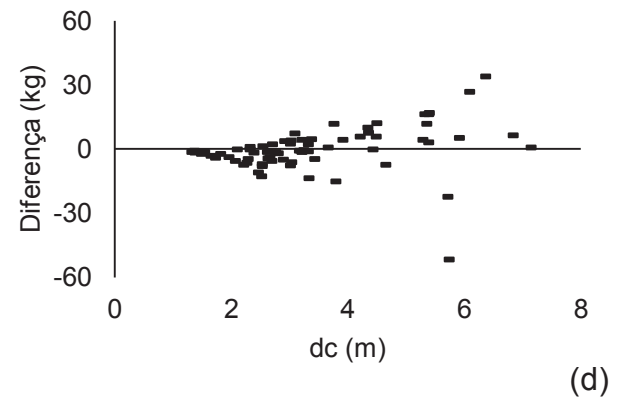
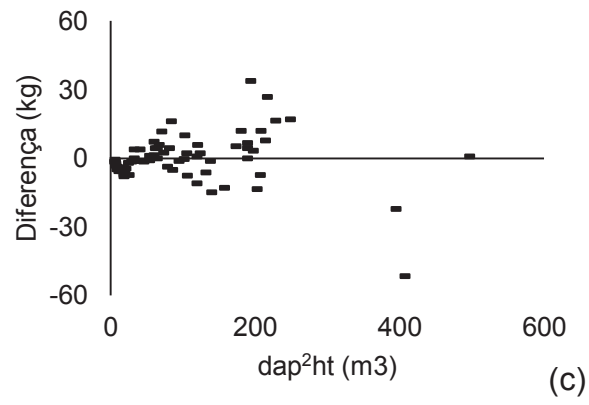




Em termos absolutos há uma inversão do cenário descrito anteriormente, observando-se maior falta de aditividade nas maiores árvores tanto para o ajuste independente não ponderado, assim como para o ajuste independente ponderado (FIGURA 8), porém, por não haver tendenciosidade nas árvores de maiores diâmetros (valores negativos e positivos), há uma compensação. Neste cenário, a não aditividade variou entre -51,74 a 33,85 kg e -59,05 a 35,98 kg para o ajuste independente sem e com ponderação respectivamente. Em suma, foram encontradas diferenças (em % e kg) consideravelmente altas, reforçando deste modo à necessidade de se aplicar os procedimentos de ajuste por sistema de equações (ajuste simultâneo) com vista a compatibilizar as estimativas da biomassa das componentes à estimativa da biomassa total.

FIGURA 9 – NÃO ADITIVIDADE (kg) DA BIOMASSA TOTAL ESTIMADA POR MEIO DO AJUSTE INDEPENDENTE NÃO PONDERADO (a, b, c, d E e) E AJUSTE INDEPENDENTE PONDERADO (f, g, h, e E J) EM FUNÇÃO DO dap, ht, dc, hc E VOLUME NÃO PONDERADO (dap^2ht).





4.3.2 Ao nível da parcela

Antes da avaliação da aditividade ao nível da parcela e a respectiva extrapolação para hectare, a seguir apresentam-se primeiramente os resultados do ajuste dos modelos para a estimativa do diâmetro da copa (dc), altura da copa (hc) e altura total (ht). Na TABELA 10 constam os coeficientes de regressão dos modelos ajustados e imediatamente a seguir (TABELA 11) são apresentadas as estatísticas de ajuste e a dispersão gráfica dos respectivos modelos (FIGURAS 10, 11 e 12).

As melhores equações para a estimativa de dc, hc e ht foram as seguintes:

$dc = 0,220 \left(\frac{1}{d}\right)^{-1,398} ht^{-0,564}$ derivada do ajuste do modelo 6; $hc = 0,902 + 0,320d$ derivada do ajuste do modelo 2 e $\ln(ht) = 1,324 + 0,532 \ln(d) - 3,199 \frac{1}{d}$ derivado do ajuste do modelo 3.

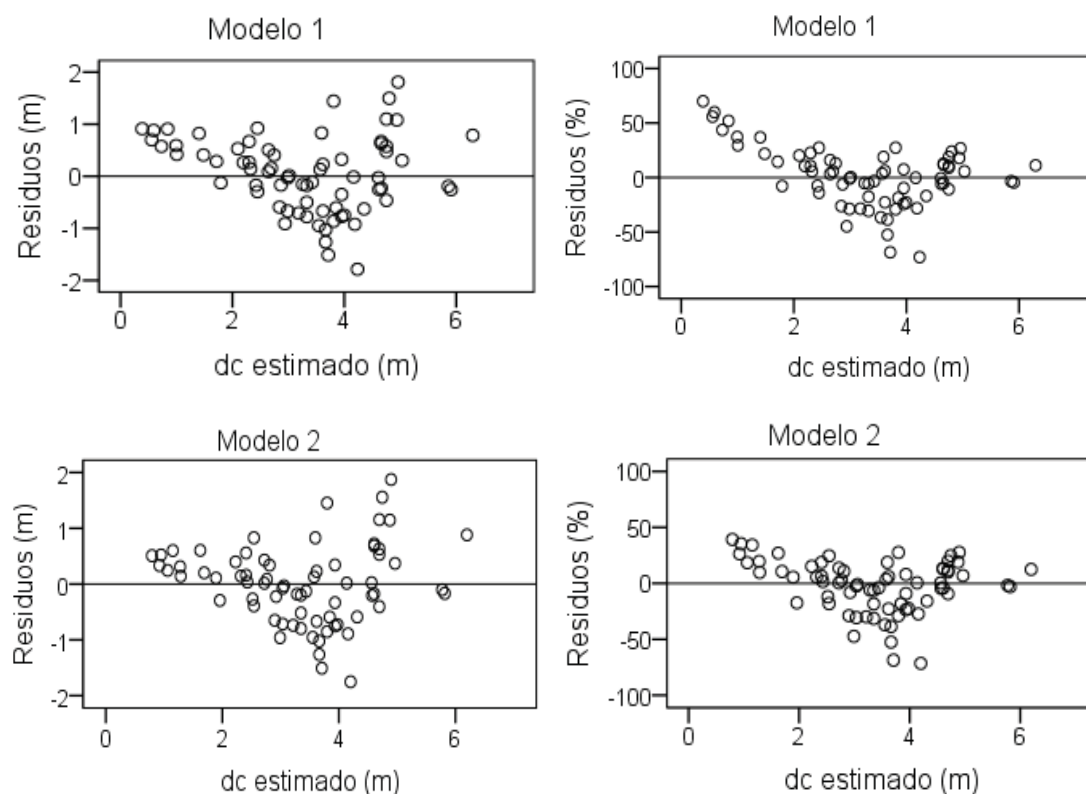
TABELA 10 – COEFICIENTES DE REGRESSÃO PARA A ESTIMATIVA DO DIÂMETRO DA COPA (dc), ALTURA DA COPA (hc) E ALTURA TOTAL (ht) DE *Pinus* spp. NO SUL DO BRASIL.

Diâmetro da copa						
Modelo	1	2	3	4	5	6
b ₀	0,215	0,522	1,373	0,111	0,361	0,220
b ₁	0,914	0,141	0,031	1,802	0,258	-1,398
b ₂			0,003	-0,751		-0,564
Altura da copa						
b ₀	0,517	0,902	1,251	0,551	0,673	0,783
b ₁	0,886	0,320	0,275	0,789	0,276	-0,554
b ₂			0,001	0,084		0,213
Altura total						
b ₀	1,153	3,282	1,324	0,091	2,792	3,361
b ₁	0,081	-5,150	0,532	0,781	-7,792	0,287
b ₂	-0,001	-3,966	-3,199			0,006

TABELA 11 – ESTATÍSTICAS DE AJUSTE OBTIDAS NA ESTIMATIVA DO DIÂMETRO DA COPA (dc), ALTURA DA COPA (hc), E ALTURA TOTAL (ht) DE *Pinus* spp. NO SUL DO BRASIL.

Diâmetro da copa						
Modelo	1	2	3	4	5	6
$R^2_{aj.}$ (%)	73,80	75,50	79,30	83,10	65,10	82,80
Syx (m)	0,73	0,71	0,66	0,59	0,85	0,60
CV (%)	21,86	21,09	19,56	17,67	25,24	17,85
MAE (m)	0,59	0,55	0,49	0,48	0,66	0,47
MPE (m)	0,25	0,23	0,21	0,20	0,28	0,20
Altura da copa						
Modelo	1	2	3	4	5	6
$R^2_{aj.}$ (%)	84,70	85,40	85,50	84,90	84,10	82,70
Syx (m)	1,20	1,17	1,17	1,20	1,22	1,28
CV (%)	16,32	15,98	16,02	16,36	16,67	17,49
MAE (m)	0,96	0,93	0,93	0,94	0,96	0,96
MPE (%)	0,19	0,18	0,18	0,18	0,19	0,19
Altura total						
Modelo	1	2	3	4	5	6
$R^2_{aj.}$ (%)	58,21	77,97	80,09	62,14	48,55	63,42
Syx (m)	2,20	1,60	1,52	2,10	2,44	2,06
CV (%)	21,03	15,27	14,52	20,02	23,33	19,67
MAE (m)	1,53	1,15	1,11	1,53	1,79	1,53
MPE (%)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

FIGURA 10 – DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (EM m E EM %) EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO DA COPA (dc) ESTIMADO PARA *Pinus* spp. NO SUL DO BRASIL.



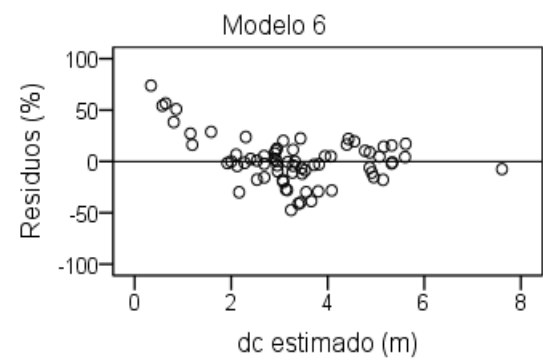
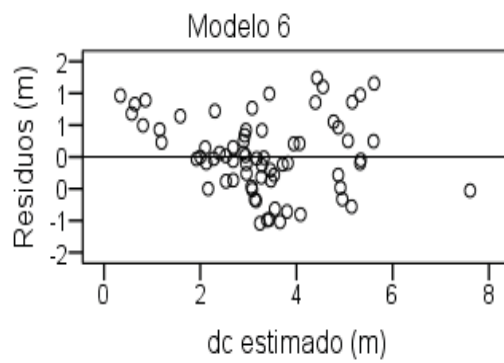
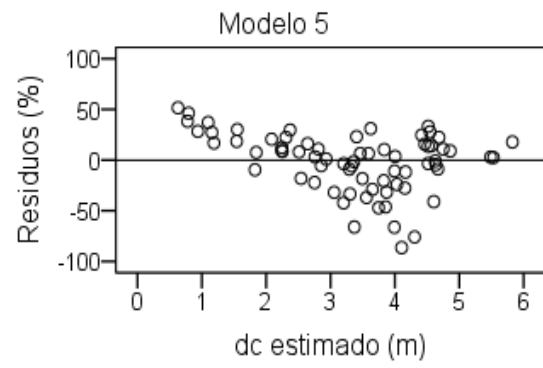
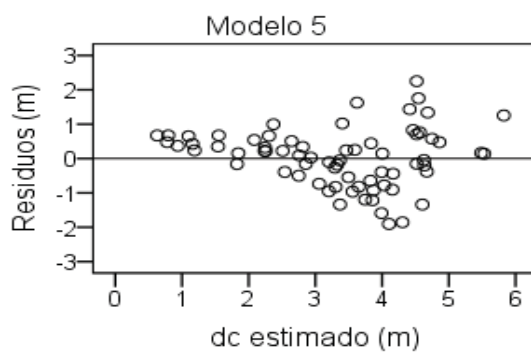
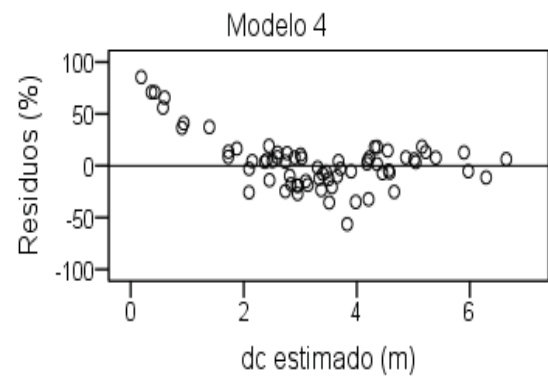
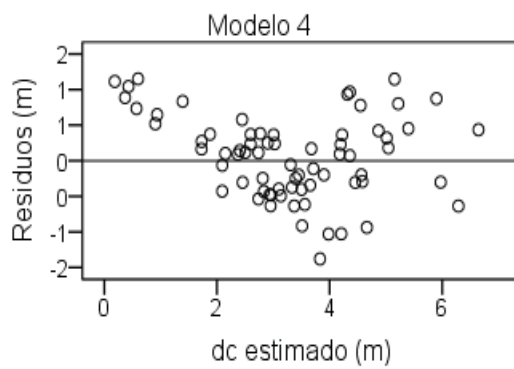
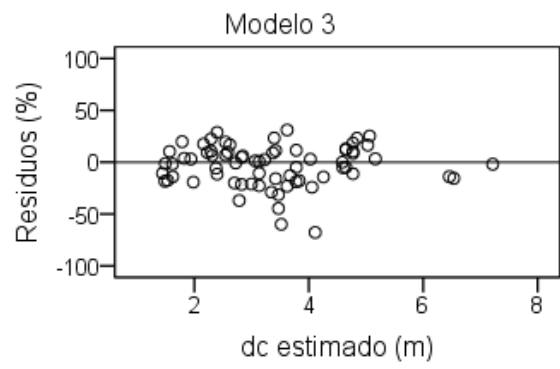
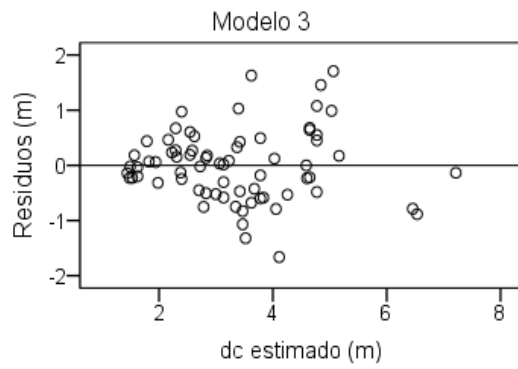
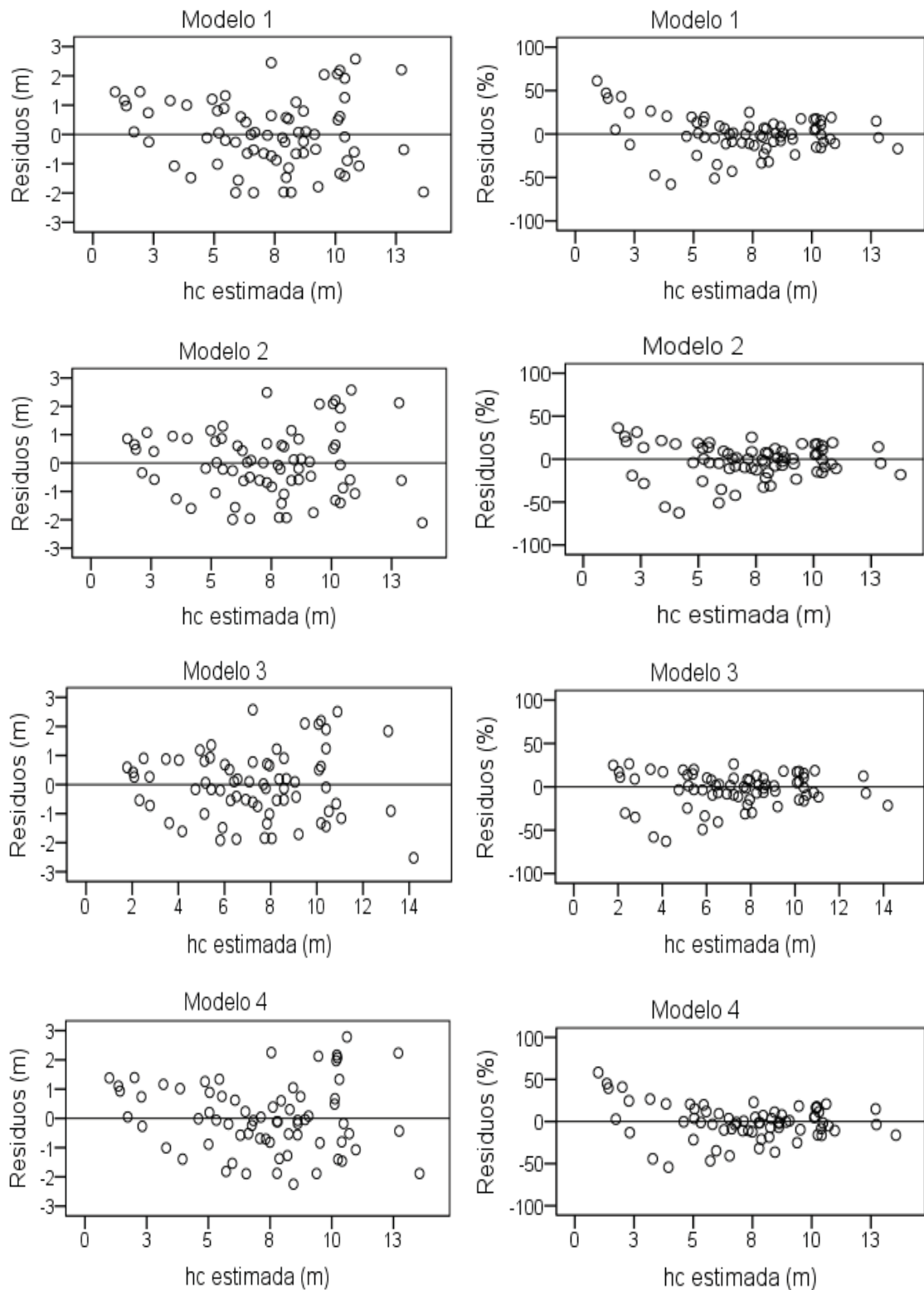


FIGURA 11 – DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (EM m E EM %) EM FUNÇÃO DA ALTURA DA COPA (hc) ESTIMADA PARA *Pinus* spp. NO SUL DO BRASIL.



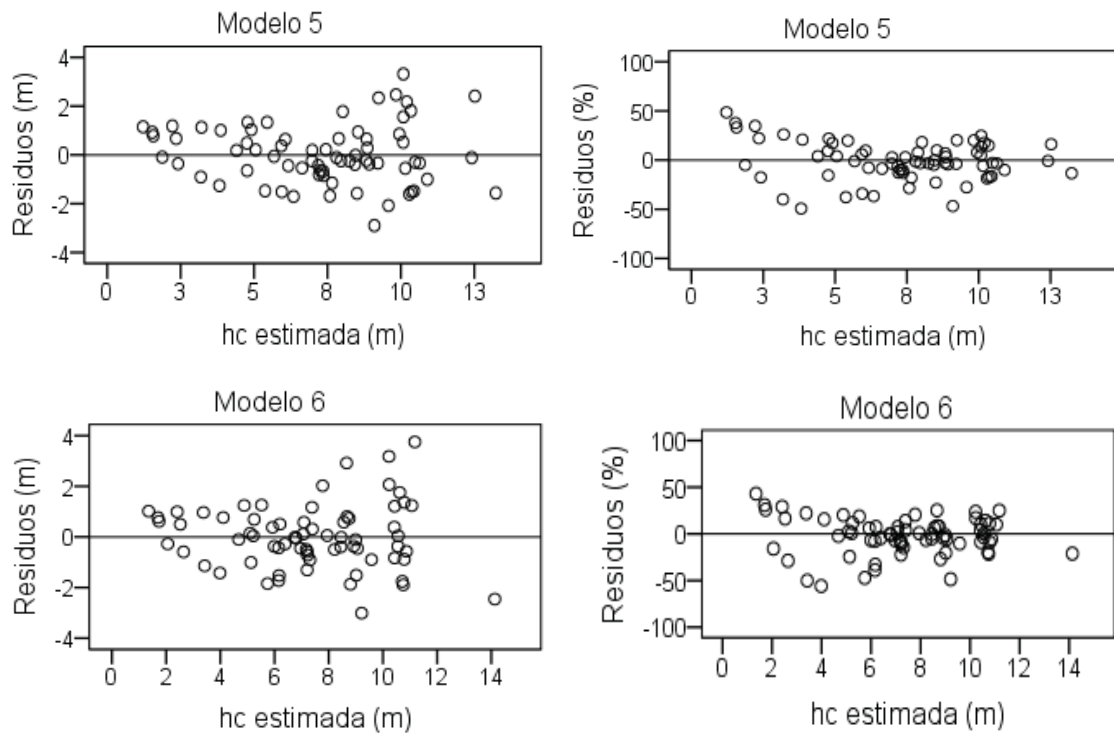
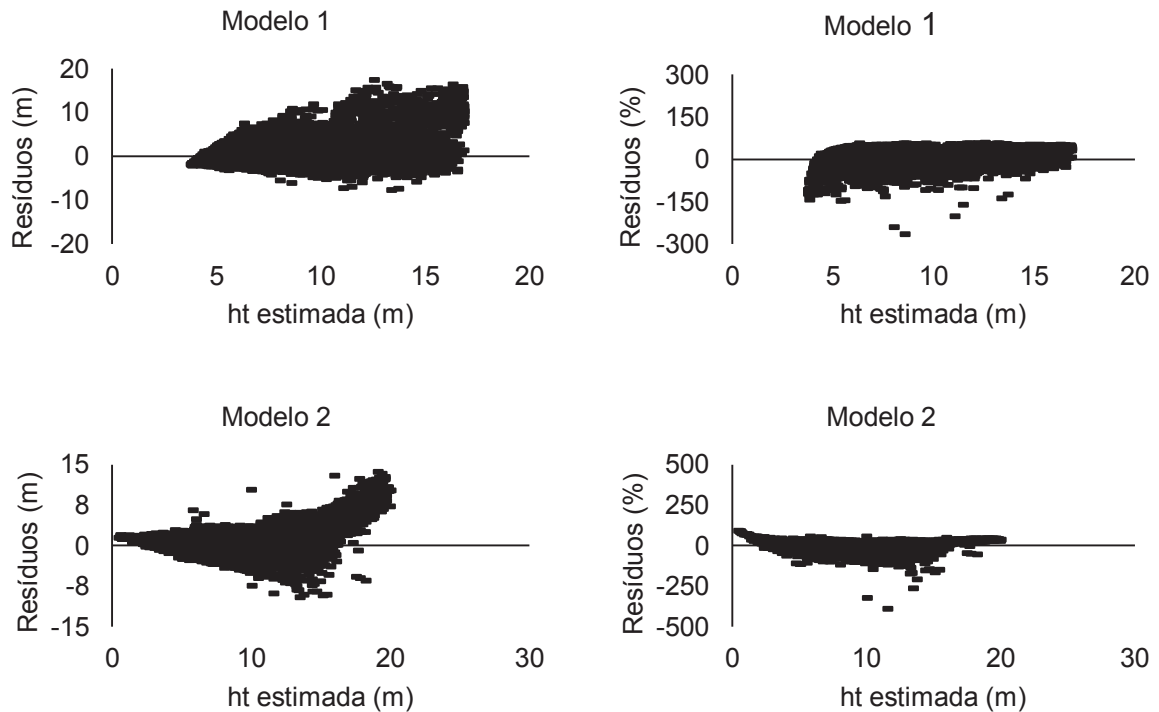
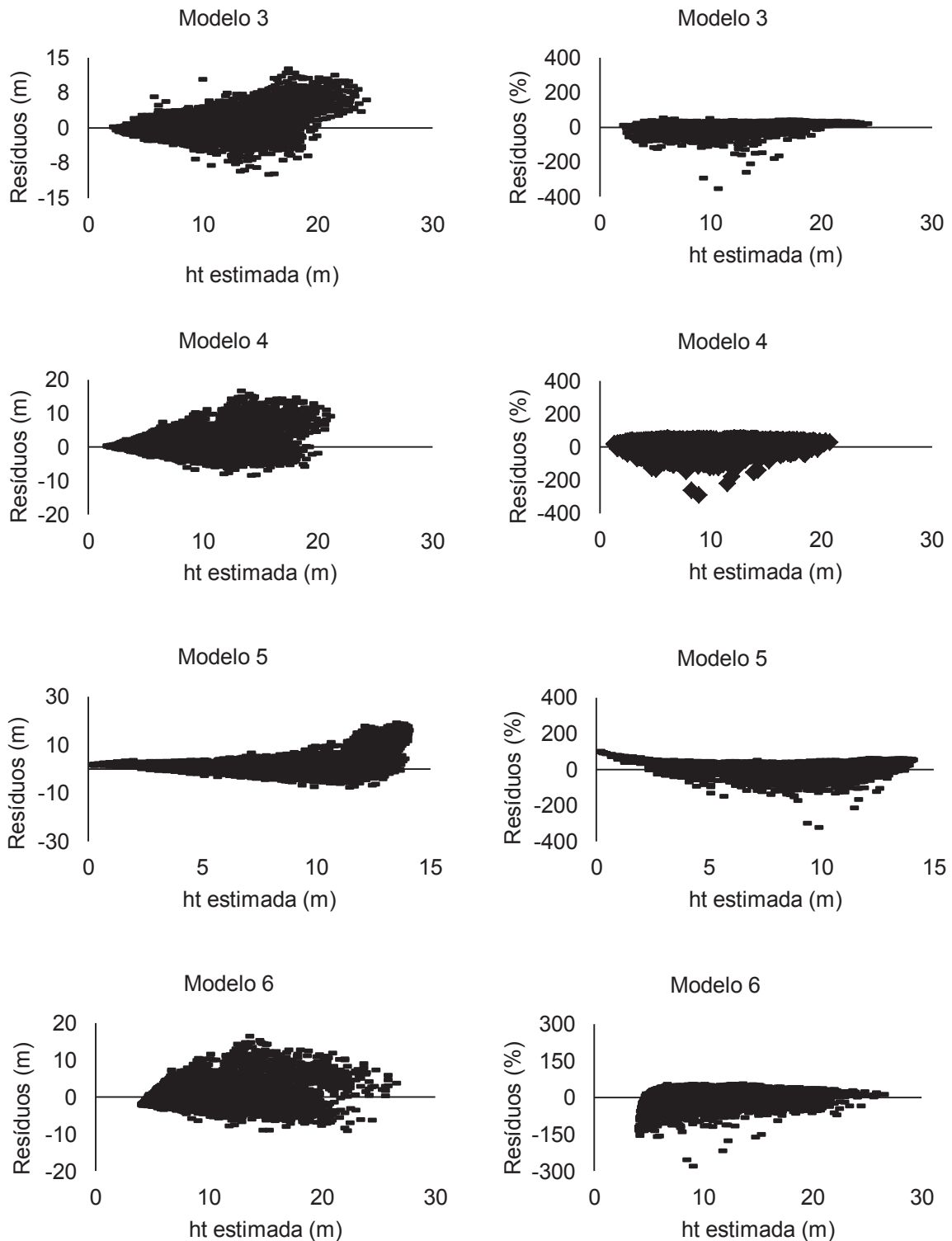


FIGURA 12 – DISPERSÃO DOS RESÍDUOS (EM m E EM %) EM FUNÇÃO DA ALTURA TOTAL (ht) ESTIMADA PARA *Pinus* spp. NO SUL DO BRASIL.





Na TABELA 12, estão apresentados os valores estimados de biomassa por hectare para raízes, fuste, casca, galhos, acículas e total e a não aditividade dos componentes (em $t.ha^{-1}$ e %) em três (3) classes de idade. Na mesma observa o acúmulo maior de biomassa ao longo dos anos em todos os componentes.

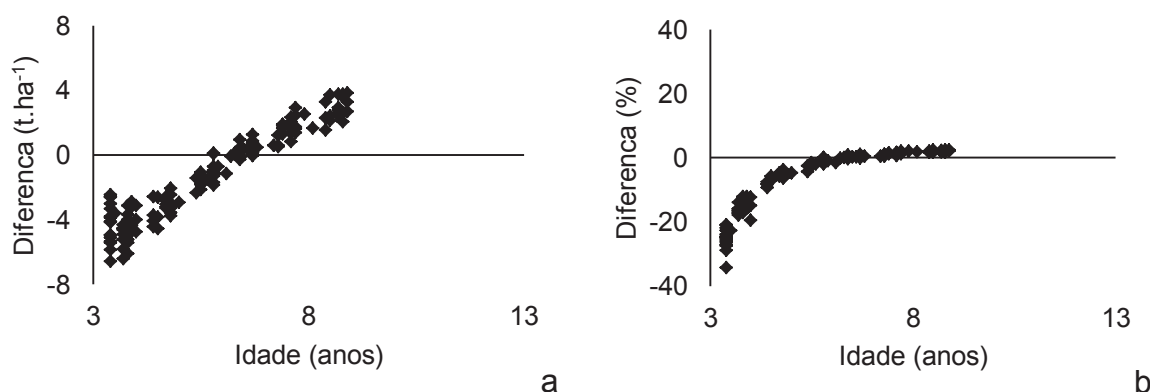
TABELA 12 – BIOMASSA POR HECTARE NOS DIFERENTES COMPARTIMENTOS DAS ÁRVORES DE *Pinus* spp. E A RESPECTIVA FALTA DE ADITIVIDADE.

Idade (anos)	Biomassa (t.ha ⁻¹)						NA		
	Raízes	Fuste	Casca	Galhos	Acículas	WTE	WTC	t.ha ⁻¹	%
[3,4 - 5,2]	8,61	12,3	4,13	6,18	7,9	35,1	39,1	-4,04	-11,5
]5,2 a 7]	16,58	40,1	9,76	14,35	11,94	92,2	92,74	-0,51	-0,55
>7	19,5	63,5	12,97	18,33	12,45	129	126,7	2,18	1,69

Em que: WTE = biomassa total estimada; WTC = Biomassa obtida pela soma dos componentes; NA = não aditividade.

Proporcionalmente a biomassa total estimada (WTE), a biomassa do fuste foi a mais expressiva representando cerca de 45% da biomassa total estimada. Outro fato marcante e interessante é a importância das raízes na biomassa total estimada, expressando aproximadamente 17% da biomassa total estimada, a segunda de maior representatividade. Esta sequência, embora com resultados ligeiramente superiores aos encontrados neste estudo, foi também observada por Balbinot *et al.* (2008) que constatou que os componentes fuste e raízes representavam 67 e 19% da biomassa total estimada de *Pinus* sp., respectivamente (prognoses feitas com o simulador *SISPINUS* até aos 20 anos). Mostrando deste modo a relevância deste componente (raízes) que é frequentemente ignorado em estudos visando estimar a biomassa e/ou carbono fixo, impactando também na geração de estimativas fidedignas de créditos de carbono comercializáveis em um determinado ecossistema florestal.

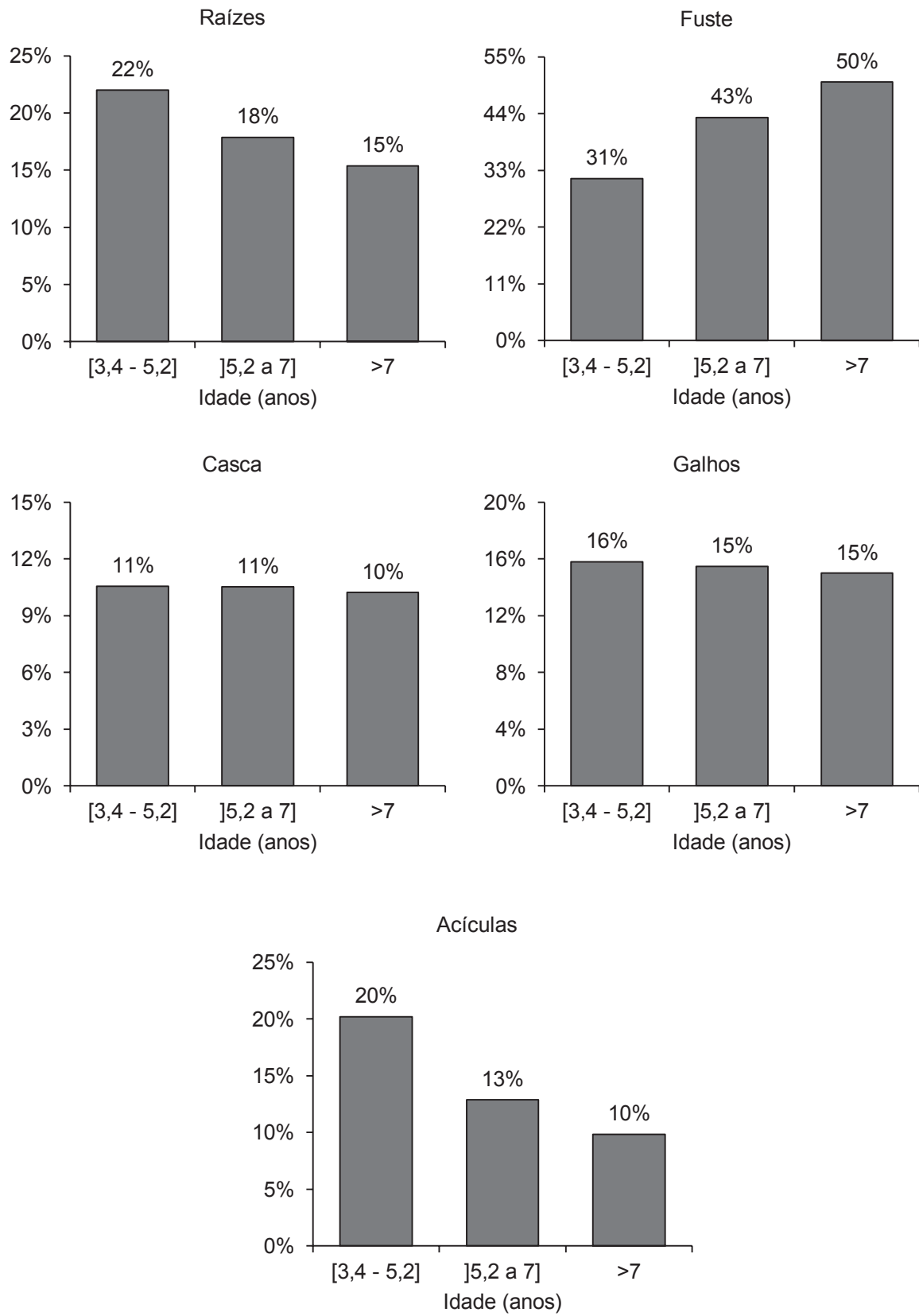
No que tange a biomassa total estimada em cada classe de idade, os valores obtidos neste estudo (35,1 t.ha⁻¹, 92,2 t.ha⁻¹ e 129 t.ha⁻¹) são inferiores aos encontrados por Balbinot *et al.* (2008) nas três classes por eles consideradas. Para estes autores, a primeira classe correspondente a povoamentos com idades inferiores a 5 anos (<5 anos), a biomassa total estimada foi de 56,93 t.ha⁻¹, a segunda classe pertencente a povoamentos dos 5 aos 15 anos (5-15 anos), estimaram a biomassa total em 167,91 t.ha⁻¹ e finalmente para a classe dos povoamentos com idades superiores a 15 anos (>15 anos) a biomassa total estimada foi de 228,41 t.ha⁻¹. Para além da diferença de idades, fatores como condições do sítio, densidade dos povoamentos, tratamentos silviculturais aplicados, entre outros, podem justificar a discrepância nos resultados obtidos.

FIGURA 13 – NÃO ADITIVIDADE DA BIOMASSA TOTAL EM $t \cdot ha^{-1}$ (a) E EM PORCENTAGEM (b).

No que concerne a não aditividade, a TABELA 12 e a FIGURA 13 demonstram que a maior falta de aditividade é encontrada nas menores idades, decrescendo consideravelmente ao longo do tempo. Comportamento similar ao verificado a quando da avaliação da falta de aditividade ao nível da árvore individual. Esta redução da falta de aditividade ao longo do tempo é justificada pelo fato de contrariamente a biomassa do fuste, com o tempo há uma redução da contribuição dos restantes componentes na biomassa total. Conforme ilustra a FIGURA 14, promocionalmente a biomassa total estimada em cada classe de idade, a biomassa do fuste tendem a ser mais expressiva ao longo do tempo (31%, 43% e 50%, na I, II e III classe, respectivamente) e um cenário inverso é observado para o restante dos componentes.

Ademais, fazendo-se uma análise da não aditividade por hectare em cada classe de idade, constatou-se que na classe de idade de [3,4 - 5,2] anos, a cada 8,67 ha de processamentos dos dados, a não aditividade corresponde a um estoque de biomassa total de 1 ha. Por outro lado, na classe de idade de]5,2 a 7] anos onde a aditividade baixou consideravelmente, a não aditividade correspondente ao estoque de biomassa total de 1 ha é alcançada mensurados 181,58 ha. Por último, na classe de idade >7 anos, a cada 59,05 ha de dados processados a não aditividade equivale ao estoque de biomassa total de 1 ha.

FIGURA 14 – PROPORÇÃO DA BIOMASSA DOS COMPONENTES EM RELAÇÃO À BIOMASSA TOTAL ESTIMADA EM CADA CLASSE DE IDADE.



4.4 AJUSTE POR SISTEMAS DE EQUAÇÕES

Na TABELA 13, constam os coeficientes de regressão e o teste de White para o apuramento do pressuposto da homogeneidade da variância dos resíduos do *NSUR* e *WNSUR*. Pelo teste de White e pela análise gráfica dos resíduos em função dos valores estimados (kg) (FIGURA 15), detectou-se que a semelhança do observado no ajuste independente não ponderado, no ajuste simultâneo sem ponderação a hipótese da nulidade em relação à homogeneidade da variância dos resíduos também foi rejeitada, pelo que também houve a necessidade de ponderar as equações por meio da modelagem da estrutura da variância. Com a ponderação, foi evidenciada a correção da presença de heteroscedasticidade dos resíduos em todos os componentes e para a biomassa total, conforme indica o teste de White (TABELA 13) e também por meio da análise gráfica dos resíduos (FIGURA 15).

TABELA 13 – COEFICIENTES DE REGRESSÃO E TESTE DE WHITE PARA O AJUSTE SIMULTÂNEO NÃO PONDERADO (*NSUR*) E COM PONDERAÇÃO (*WNSUR*).

Compartimento	b_{i1}	b_{i2}	b_{i3}	White
Ajuste simultâneo não ponderado				
Raízes	0,105	1,132	0,858	31,14*
Fuste	0,004	1,833	1,537	48,63*
Galhos	0,007	1,824	1,112	18,86*
Acículas	0,226	1,689	-0,461	25,44*
Casca	0,030	0,706		46,40*
Total				65,01ns
Ajuste simultâneo ponderado				
Raízes	0,058	1,678	0,323	10,83 ^{ns}
Fuste	0,005	1,894	1,403	29,32 ^{ns}
Galhos	0,002	1,854	1,511	7,93 ^{ns}
Acículas	0,151	1,811	-0,459	4,02 ^{ns}
Casca	0,042	0,666		3,18 ^{ns}
Total				62,40 ^{ns}

Em que: * = significativa a 95% de probabilidade; ns = não significativa a 95% de probabilidade; b_{i1} , b_{i2} e b_{i3} são os coeficientes da regressão; $i = 1, 2, 3, 4$ e 5 .

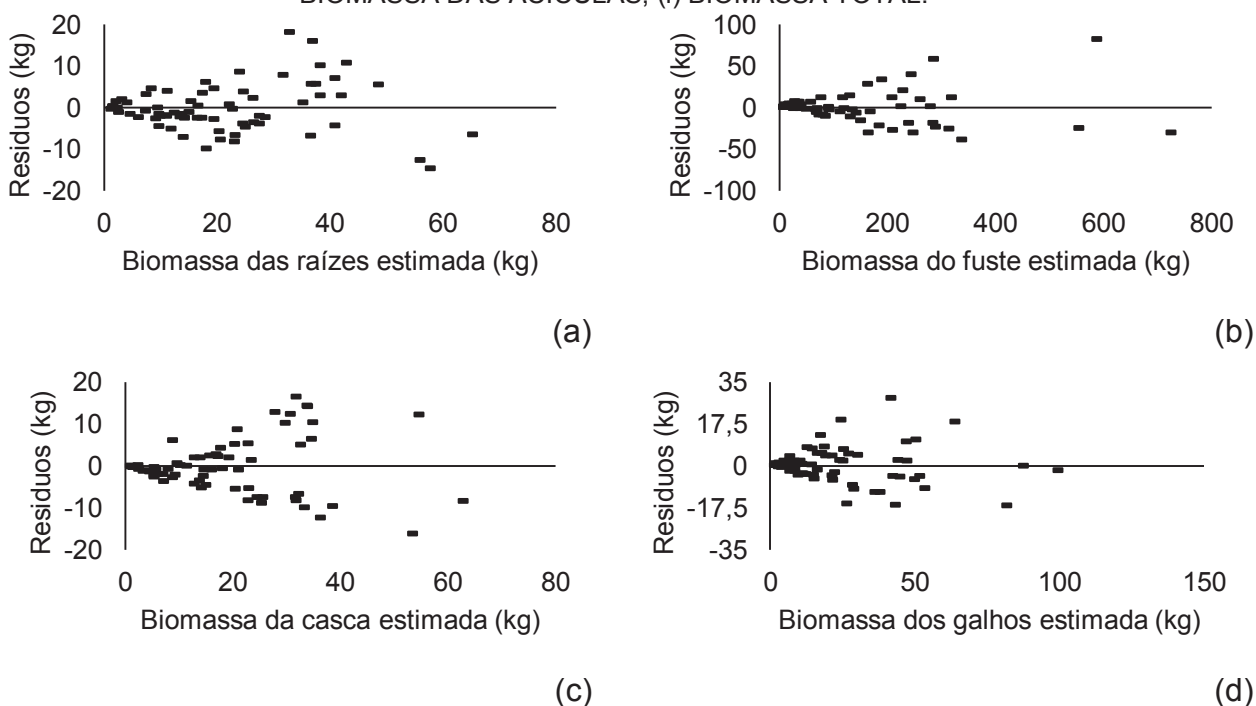
Quanto ao ajuste, os resultados apresentados na TABELA 14 indicam que, o ajuste simultâneo não ponderado, assim como o ajuste simultâneo ponderado, proporcionaram estatísticas de ajuste apropriadas para todos os componentes. Contudo, à semelhança do observado no ajuste independente (sem e com ponderação), denota-se ajuste relativamente fraco para a biomassa das acículas apontado pelos baixos valores de $R^2_{aj. \%}$ (58,45% e 58,08%) e altos valores de CV %

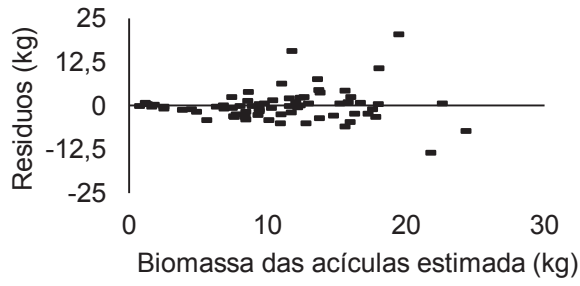
(43,95% e 44,15%) para o ajuste simultâneo sem e com ponderação respectivamente.

TABELA 14 – ESTATÍSTICAS DE AJUSTE OBTIDAS NO AJUSTE SIMULTÂNEO NÃO PONDERADO (NSUR) E NO AJUSTE SIMULTÂNEO PONDERADO (WNSUR).

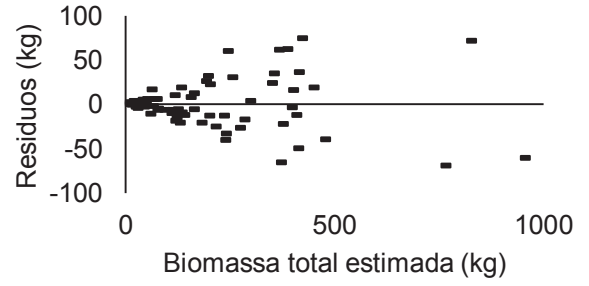
Compartimento	$R^2_{aj.}(\%)$	S_{yx} (kg)	CV (%)	MAE (kg)	MPE (%)	Função de pesos
Ajuste simultâneo não ponderado (NSUR)						
Raízes	87,09	5,76	28,59	4,22	31,06	
Fuste	98,31	18,71	14,98	11,34	19,12	
Casca	81,97	6,53	37,65	4,71	38,43	
Galhos	88,45	7,49	34,42	4,97	33,13	
Acículas	58,45	4,65	43,95	2,87	35,73	
Total	97,76	29,33	15,07	19,06	12,07	
Ajuste simultâneo ponderado (WNSUR)						
Raízes	85,64	6,07	30,15	4,08	26,58	$\sigma_{WR}^2 = dap^{2,338}hc^{0,533}$
Fuste	98,24	19,05	15,26	11,08	17,65	$\sigma_{WF}^2 = dap^{-0,076}ht^{2,848}$
Casca	81,20	6,66	38,44	4,69	42,53	$\sigma_{WG}^2 = dap^{1,825}hc^{1,709}$
Galhos	83,64	8,91	40,98	5,97	37,08	$\sigma_{WA}^2 = dap^{3,537}ht^{-1,687}$
Acículas	58,08	4,67	44,15	2,83	32,65	$\sigma_{WC}^2 = (dap^2ht)^{1,231}$
Total	97,88	28,53	14,66	18,62	13,24	$\sigma_{WT}^2 = dap^{-1,168}ht^{2,947}dc^{1,117}$

FIGURA 15 – RESÍDUOS EM FUNÇÃO DA BIOMASSA ESTIMADA PELO AJUSTE SIMULTÂNEO NÃO PONDERADO (NSUR): (a) BIOMASSA DAS RAÍZES; (b) BIOMASSA DO FUSTE; (c) BIOMASSA DA CASCA; (d) BIOMASSA DOS GALHOS; (e) BIOMASSA DAS ACÍCULAS; (f) BIOMASSA TOTAL E PELO AJUSTE SIMULTÂNEO PONDERADO (WNSUR): (g) BIOMASSA DAS RAÍZES; (h) BIOMASSA DO FUSTE; (i) BIOMASSA DA CASCA; (j) BIOMASSA DOS GALHOS; (k) BIOMASSA DAS ACÍCULAS; (l) BIOMASSA TOTAL.

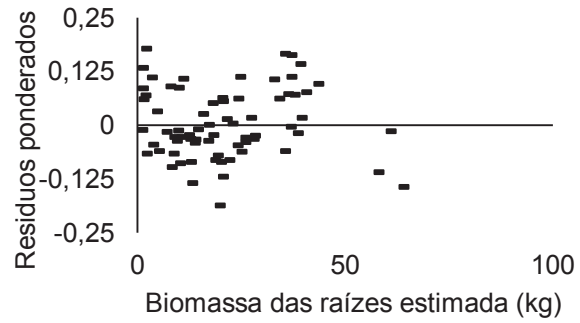




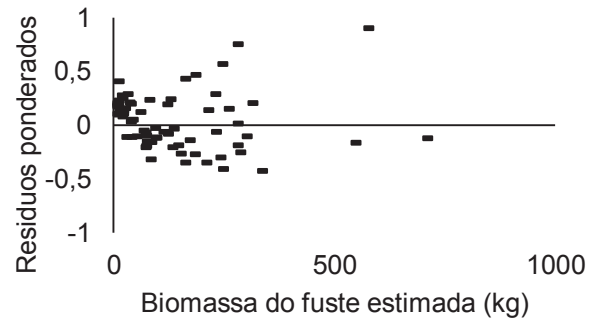
(e)



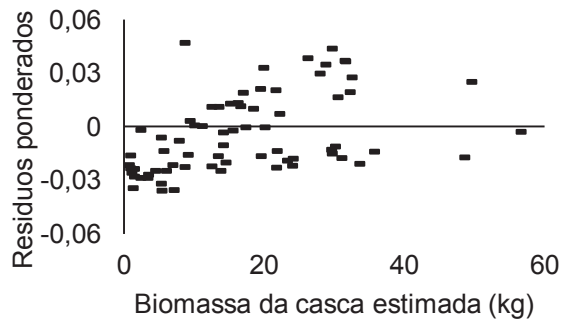
(f)



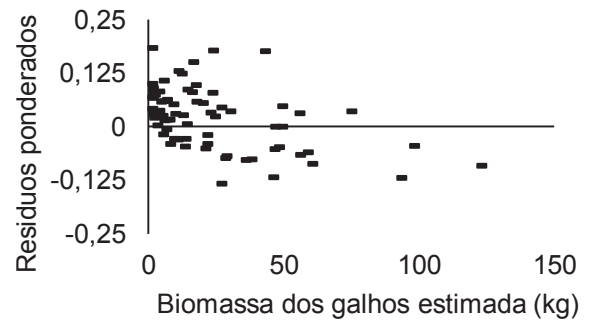
(g)



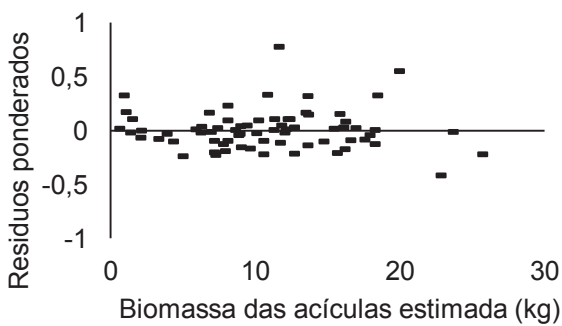
(h)



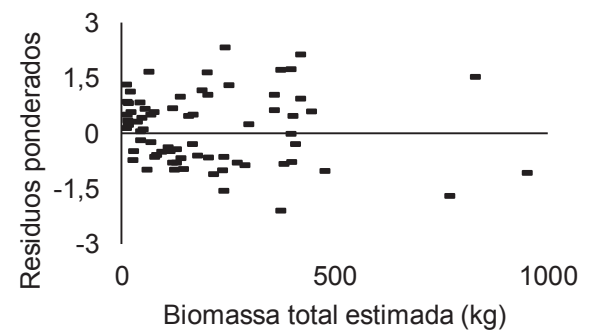
(i)



(j)



(k)



(l)

4.5 ANÁLISE COMPARATIVA: AJUSTE INDEPENDENTE E AJUSTE SIMULTÂNEO

Nos dois procedimentos (ajuste independente e ajuste simultâneo) sem ponderação, observa-se a presença de heteroscedasticidade dos resíduos. Com a ponderação (ajuste independente ponderado e ajuste simultâneo ponderado) por meio da modelagem da estrutura de variância conseguiu-se homogeneizar a variância dos erros. Embora os coeficientes de regressão da modelagem independente e da modelagem simultânea sejam numericamente diferentes, em termos das estatísticas de avaliação da qualidade de ajuste, observa-se pouca alteração dos valores das mesmas. No entanto, contrariamente ao ajuste independente (sem e com ponderação), o ajuste simultâneo (sem e com ponderação) trouxe consistência biológica nas estimativas ao garantir que a soma das estimativas da biomassa das componentes corresponda à estimativa da biomassa total.

Na TABELA 15 estão apresentadas as Diferenças (%) das estatísticas de ajustamento dos dois procedimentos de modelagem em que foi aplicada a ponderação por meio da modelagem da estrutura da variância para corrigir a presença de heteroscedasticidade. Na mesma verifica-se que o ajuste simultâneo ponderado melhorou ligeiramente as estatísticas de apuramento da qualidade de ajuste em quase todos os componentes e para o total, exceto a biomassa dos galhos em que se denota uma ligeira queda das estatísticas de ajuste deste componente.

TABELA 15 – COMPARAÇÃO DO AJUSTE SIMULTÂNEO PONDERADO E AJUSTE INDEPENDENTE PONDERADO QUANTO AO COMPORTAMENTO DAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DA BIOMASSA DOS COMPONENTES E BIOMASSA TOTAL.

Componente	Estatísticas	Ajuste simultâneo ponderado	Ajuste independente ponderado	Diferenças (%)
Raízes	$R^2_{aj.}$ (%)	85,64	85,71	-0,07
	S_{yx} (kg)	6,07	6,06	-0,16
	CV (%)	30,15	30,08	-0,07
	MAE (kg)	4,08	4,10	0,49
Fuste	$R^2_{aj.}$ (%)	98,24	98,21	0,03
	S_{yx} (kg)	19,05	19,22	0,88
	CV (%)	15,26	15,40	0,14
	MAE (kg)	11,08	11,22	1,25
Galhos	$R^2_{aj.}$ (%)	83,64	88,14	-4,50
	S_{yx} (kg)	8,91	7,59	-14,81
	CV (%)	40,98	34,88	-6,10
	MAE (kg)	5,97	5,08	-14,91
Acículas	$R^2_{aj.}$ (%)	58,08	57,25	0,83
	S_{yx} (kg)	4,67	4,72	1,06
	CV (%)	44,15	44,58	0,43
	MAE (kg)	2,83	2,83	0,00
Casca	$R^2_{aj.}$ (%)	81,20	80,54	0,66
	S_{yx} (kg)	6,66	6,83	2,49
	CV (%)	38,44	39,40	0,96
	MAE (kg)	4,69	4,69	0,00
Total	$R^2_{aj.}$ (%)	97,88	97,70	0,18
	S_{yx} (kg)	28,53	30,38	6,09
	CV (%)	14,66	15,60	0,94
	MAE (kg)	18,62	18,75	0,69

4.6 ESTIMADORES POR RAZÃO

Na TABELA 16 estão apresentados os estimadores por razão para cada componente de biomassa e as suas respectivas acuidades (%) tomando em consideração os ajustes com todo o banco de dados. Em suma, boas acurácias foram obtidas para todos os componentes de biomassa e biomassa total. Melhores exatidões foram obtidas para a biomassa total e do fuste (3,83% e 5,14% respectivamente) e por último surge a biomassa das acículas com uma exatidão de 19,30%. Esta sequência foi a mesma observada em todos os procedimentos de regressão efetivados anteriormente, reforçando deste modo a difícil missão de modelar a biomassa deste componente.

Pela sua unidade métrica (kg.m^{-3}), os estimadores por razão representam aparentemente a densidade básica dos respectivos componentes. Porém, pela sua fórmula de cálculo (calculados em função do volume do fuste), apenas o estimador por razão do fuste representa realmente a densidade básica deste componente por ter sido derivado em função do volume correspondente, o que não sucede com os restantes componentes, dada as dificuldades e ao tempo que demandaria obter experimentalmente os volumes destes componentes. Assim, Péllico Netto e Behling (2019) denominam os estimadores por razão por “*Scalar Coefficients Proxy of Density – SCPD*” e não por densidade básica propriamente dita.

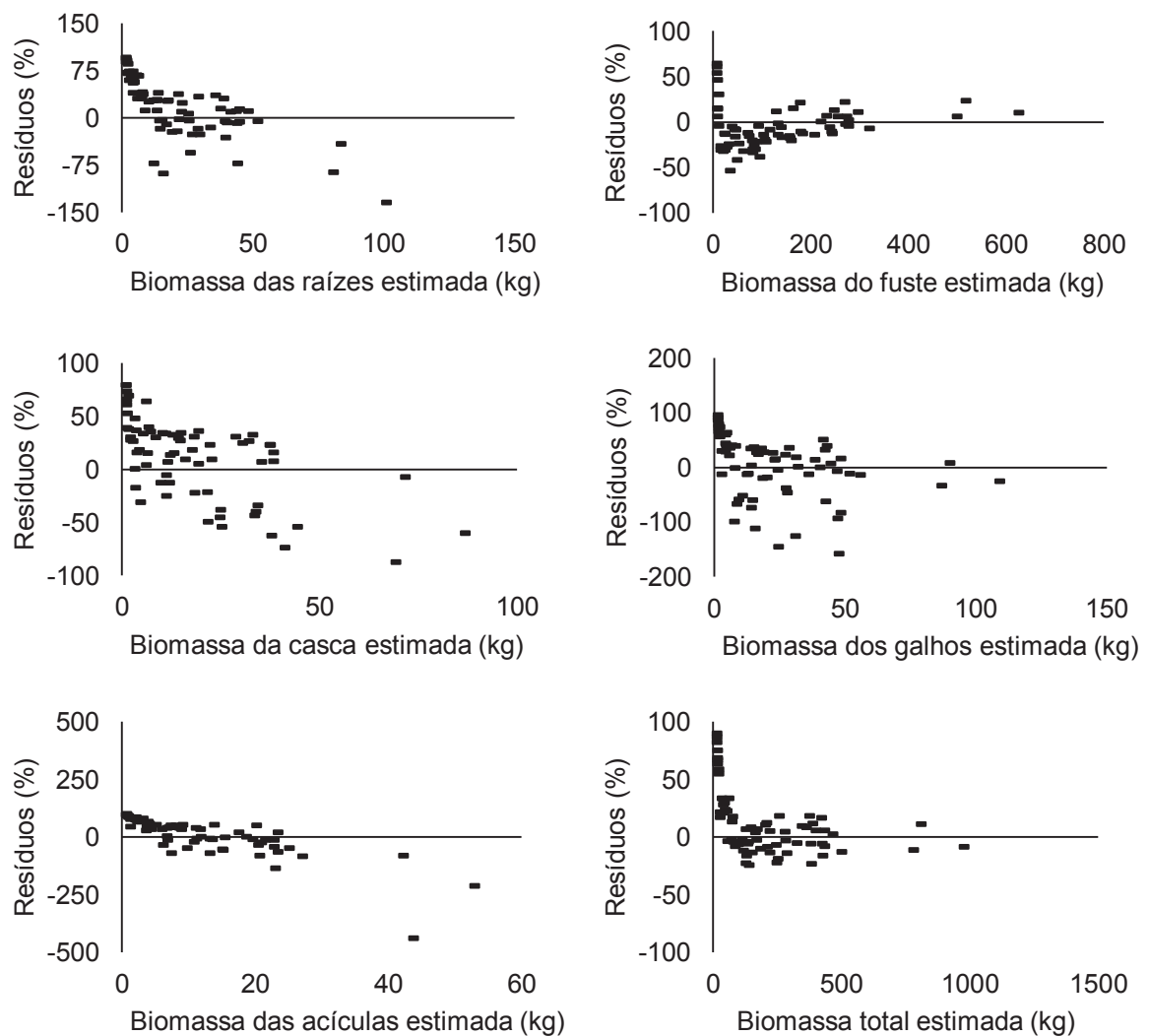
TABELA 16 – ESTIMADORES POR RAZÃO PARA TODO BANCO DE DADOS E SUAS RESPECTIVAS PRECISÕES PARA A BIOMASSA DOS COMPONENTES RAÍZES, FUSTE, CASCA, GALHOS, ACÍCULAS E TOTAL.

Componente	Estimadores por razão (kg.m^{-3})	Precisões (%)
Raízes	52,23	12,45
Fuste	323,90	5,14
Casca	44,98	11,42
Galhos	56,43	11,42
Acículas	27,45	19,30
Total	504,98	3,83

Contudo, analisando graficamente a dispersão dos resíduos (FIGURA 16) plotados em função da biomassa estimada de cada componente e total, foi constatada a existência do problema de heterogeneidade dos erros (heteroscedasticidade), e como forma de solucionar este problema, houve a necessidade de estratificar os dados em dois estágios; i) estratificação em classes

diamétricas (primeiro estágio de estratificação) e ii) estratificação consoante aos coeficientes angulares obtidos pela razão entre a biomassa total e o volume total estimado, dentro de cada classe diamétrica (segundo estágio de estratificação). Deve-se realçar que no segundo estágio de estratificação, por forma a discriminar os grupos previamente formados com base nos coeficientes angulares, foi feita análise discriminante com base nas variáveis dendrométricas das árvores.

FIGURA 16 – DISTRIBUIÇÃO GRÁFICA DOS RESÍDUOS DA BIOMASSA DOS COMPONENTES RAÍZES, FUSTE, CASCA, GALHOS, ACÍCULAS E TOTAL OBTIDOS POR MEIO DE ESTIMADORES POR RAZÃO PARA TODO BANCO DE DADOS DE *Pinus* spp.



Na TABELA 17 constam os resultados da análise discriminante. No cômputo geral, a análise discriminante proporcionou bons resultados, com taxas de acerto variando de 62,50 % a 100%, sendo a maior para a primeira classe diamétrica ([1,91 – 16,23] cm) e a menor para a última classe diamétrica ([23,55 – 40,27] cm) demonstrando deste modo que a estratificação baseada no coeficiente angular foi eficiente. Trautenmüller (2019) num estudo análogo a este, realizado em florestas nativas no Sul do Brasil obteve taxas de acerto variando de 43,24% a 95%. Maiores taxas de acerto encontrados no presente estudo podem estar aliadas ao fato de terem sido também mensuradas algumas variáveis inerentes à copa das árvores (diâmetro da copa e altura da copa) o que terá favorecido o processo de estratificação.

Importa também referir que, contrariamente ao observado no presente estudo, Trautenmüller (2019) obteve maiores taxas de acerto nas maiores classes diamétricas, associando o fato por ele observado à maior variabilidade das árvores de diâmetros menores devido a grande diversidade de espécies, idades e fases de crescimento. Se tratando neste estudo de espécies oriundas de plantações florestais, onde geralmente há pouca heterogeneidade dos fatores mencionados por este autor, pode-se justificar a discrepância dos resultados obtidos.

TABELA 17 – FUNÇÕES DISCRIMINANTES E AS RESPECTIVAS VARIÂNCIAS EXPLICADAS PARA CADA CLASSE DE DIÂMETRO A 1,30 m DE ALTURA E PERCENTAGEM DE ACERTO NO SEGUNDO ESTÁGIO DE ESTRATIFICAÇÃO PELO COEFICIENTE ANGULAR ENTRE A BIOMASSA TOTAL E O VOLUME TOTAL ESTIMADO.

Classe de dap (cm)	Função	Função discriminante	Variância explicada (%)	PA (%)
[1,91 – 16,23]	1	$Z = -17,009 + 61,657V - 0,120dap + 0,219ht - 3,374dc + 0,397hc + 35,446 \frac{dc}{dap} + 6,611 \frac{dap}{ht}$	91,20	100
	2	$Z = -27,500 - 71,661V - 0,142dap + 2,064ht - 1,101dc + 0,151hc + 27,620 \frac{dc}{dap} + 8,468 \frac{dap}{ht}$	8,40	
	3	$Z = -5,608 - 62,341V - 0,143dap + 1,386ht + 1,339dc - 1,254hc + 4,253 \frac{dc}{dap} + 1,395 \frac{dap}{ht}$	0,40	
]16,23 – 23,55]	1	$Z = -11,769 + 17,417V - 1,258dap + 0,419ht - 2,422dc + 0,750hc + 47,572 \frac{dc}{dap} + 15,739 \frac{dap}{ht}$	67	73,90
	2	$Z = -36,069 - 20,280V + 1,121dap + 0,565ht - 8,637dc + 0,931hc + 183,793 \frac{dc}{dap} + 1,588 \frac{dap}{ht}$	25,90	
	3	$Z = 21,615 + 46,100V - 2,678dap + 0,076ht + 5,707dc + 0,353hc - 105,296 \frac{dc}{dap} + 11,000 \frac{dap}{ht}$	7,10	
]23,55 – 40,27]	1	$Z = -13,334 + 3,516V + 0,486dap + 0,040ht - 4,263dc - 0,455hc + 88,249 \frac{dc}{dap} + 4,752 \frac{dap}{ht}$	66	62,50
	2	$Z = -4,149 + 2,830V - 0,995dap + 0,472ht + 2,793dc + 0,17hc - 95,838 \frac{dc}{dap} + 16,977 \frac{dap}{ht}$	23,90	
	3	$Z = 10,137 + 3,961V - 1,571dap + 0,621ht + 4,322dc + 0,573hc - 139,499 \frac{dc}{dap} + 11,096 \frac{dap}{ht}$	10,10	

Em que: Z = escore discriminante; V = volume estimado; dap = diâmetro a 1,30 m do solo; ht = altura total; dc = diâmetro da copa; hc = altura da copa; $\frac{dc}{dap}$ = relação diâmetro da copa e diâmetro a 1,30 m do solo; $\frac{dap}{ht}$ = relação diâmetro a 1,30 m do solo e altura total; PA = Percentagem de acerto.

Após a estratificação em dois estágios (classe diamétrica e coeficiente angular) obteve-se novos estimadores por razão de biomassa que são apresentados na TABELA 18. A partir desta estratificação, atendendo e considerando a biomassa total observada, as árvores correspondentes a classe diamétrica de [1,91 – 16,23] cm contém aproximadamente 654,06 kg de biomassa, 3301,03 kg para as árvores na classe diamétrica de]16,23 – 23,55] cm e 9671,01 kg para as árvores na classe diamétrica de]23,55 – 40,27] cm, perfazendo em termos relativos 4,80%, 24,23% e 70,97%, respectivamente.

TABELA 18 – ESTIMADORES POR RAZÃO PARA A BIOMASSA DE CADA COMPONENTE E BIOMASSA TOTAL OBTIDOS APÓS A ESTRATIFICAÇÃO DA BASE DE DADOS EM CLASSE DE DIÂMETRO A 1,30 m DO SOLO (1º ESTÁGIO DE ESTRATIFICAÇÃO) E COEFICIENTE ANGULAR ENTRE A BIOMASSA TOTAL E VOLUME TOTAL ESTIMADO (2º ESTÁGIO DE ESTRATIFICAÇÃO).

Estágio de estratificação		Estimadores por razão (kg.m ⁻³)					
1º	2º	WR	WF	WC	WG	WA	WT
[1,91 – 16,23] (cm)	1	121,85	276,94	64,84	89,43	101,00	654,05
	2	529,56	603,25	130,22	239,00	523,23	2025,26
	3	739,88	766,25	183,94	564,52	1169,57	3424,16
	4	1077,34	827,10	216,69	1155,48	1703,48	4980,09
]16,23 – 23,55] (cm)	1	46,99	266,83	51,23	42,35	26,71	434,11
	2	69,79	260,16	54,86	49,41	48,51	482,74
	3	55,53	320,50	58,06	61,20	39,36	534,64
	4	41,99	374,85	52,04	82,78	41,61	593,28
]23,55 – 40,27] (cm)	1	37,59	315,54	27,89	40,71	15,79	437,53
	2	44,99	316,74	40,29	51,37	18,54	471,94
	3	60,50	342,60	48,49	59,61	25,71	536,90
	4	53,64	382,86	49,84	74,32	22,89	583,55

Em que: WR = biomassa das raízes; WF = biomassa do fuste; WC = biomassa da casca; WA = biomassa das acículas; WT = biomassa total.

4.7 ANÁLISE COMPARATIVA: ESTIMADORES POR RAZÃO E AJUSTE SIMULTÂNEO PONDERADO (*WNSUR*)

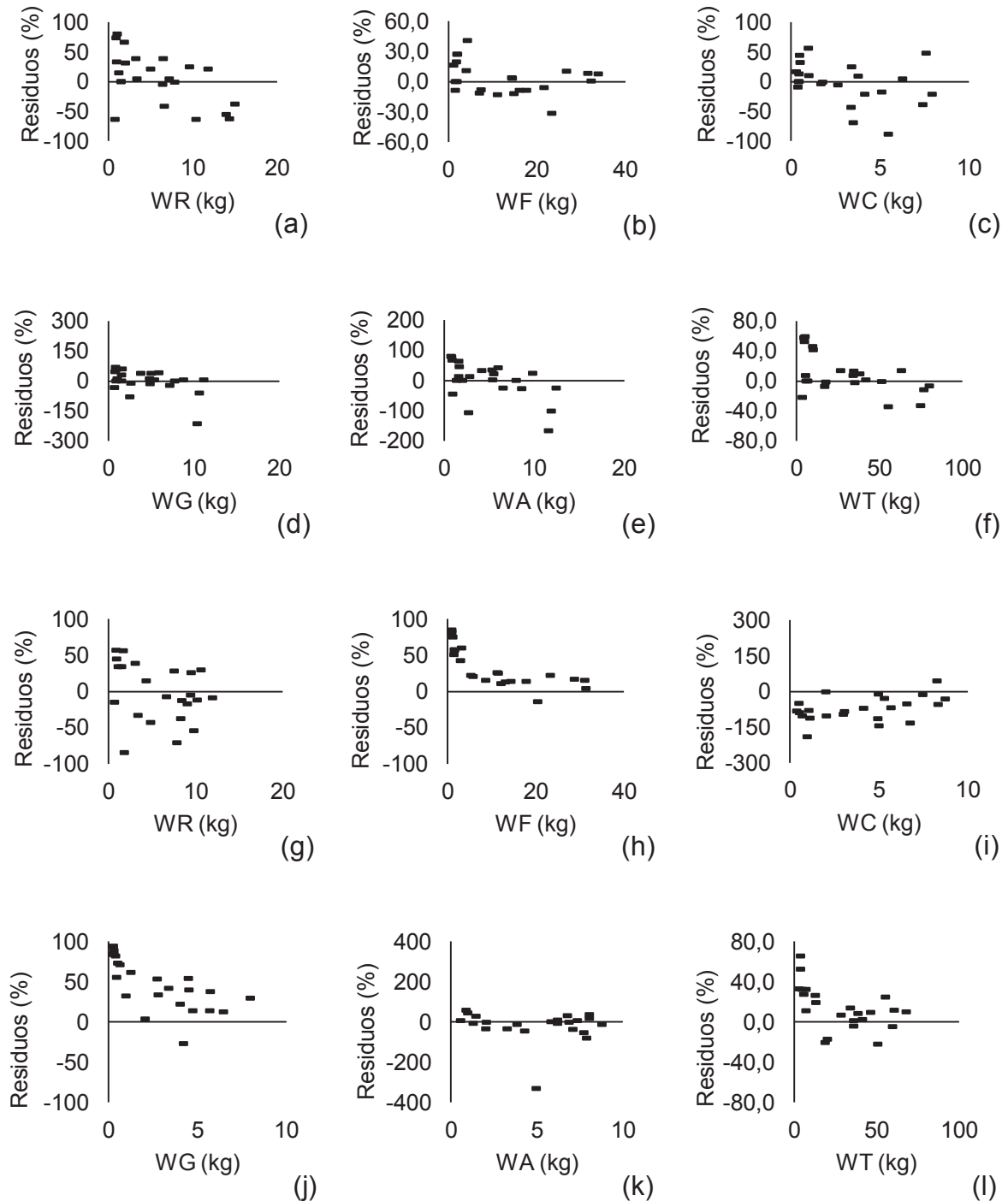
Fazendo uma análise comparativa entre os estimadores por razão e regressão (procedimento *WNSUR*) na estimativa de biomassa de *Pinus* spp. por meio dos erros padrões de estimativa (TABELA 19) e distribuição gráfica dos resíduos (FIGURAS 17, 18 e 19), verifica-se que nas três (3) classes diamétricas os estimadores por razão apresentaram menores erros de estimativa e ligeiramente melhor dispersão dos resíduos em todos os componentes e biomassa total.

TABELA 19 – ERROS PADRÕES DE ESTIMATIVA DOS ESTIMADORES POR RAZÃO E AJUSTE SIMULTÂNEO PONDERADO (*WNSUR*) PARA A BIOMASSA DOS COMPONENTES (WR, WF, WC, WG, WA) E BIOMASSA TOTAL (WT).

Classe de dap (cm)		S _{yx} (%) - Estimadores por razão					
n	WR	WF	WC	WG	WA	WT	
[1,91 – 16,23]	23	46,13	14,35	59,48	51,52	55,05	21,52
]16,23 – 23,55]	23	26,70	20,73	25,33	51,06	38,53	15,41
]23,55 – 40,27]	24	37,00	11,97	36,64	27,90	58,43	6,01
Classe de dap (cm)		S _{yx} (%) – Regressão (WNSUR)					
n	WR	WF	WC	WG	WA	WT	
[1,91 – 16,23]	23	36,11	24,45	77,84	51,23	42,53	20,66
]16,23 – 23,55]	23	49,32	61,63	44,03	64,29	51,84	53,09
]23,55 – 40,27]	24	44,36	85,65	59,52	68,05	49,12	76,58

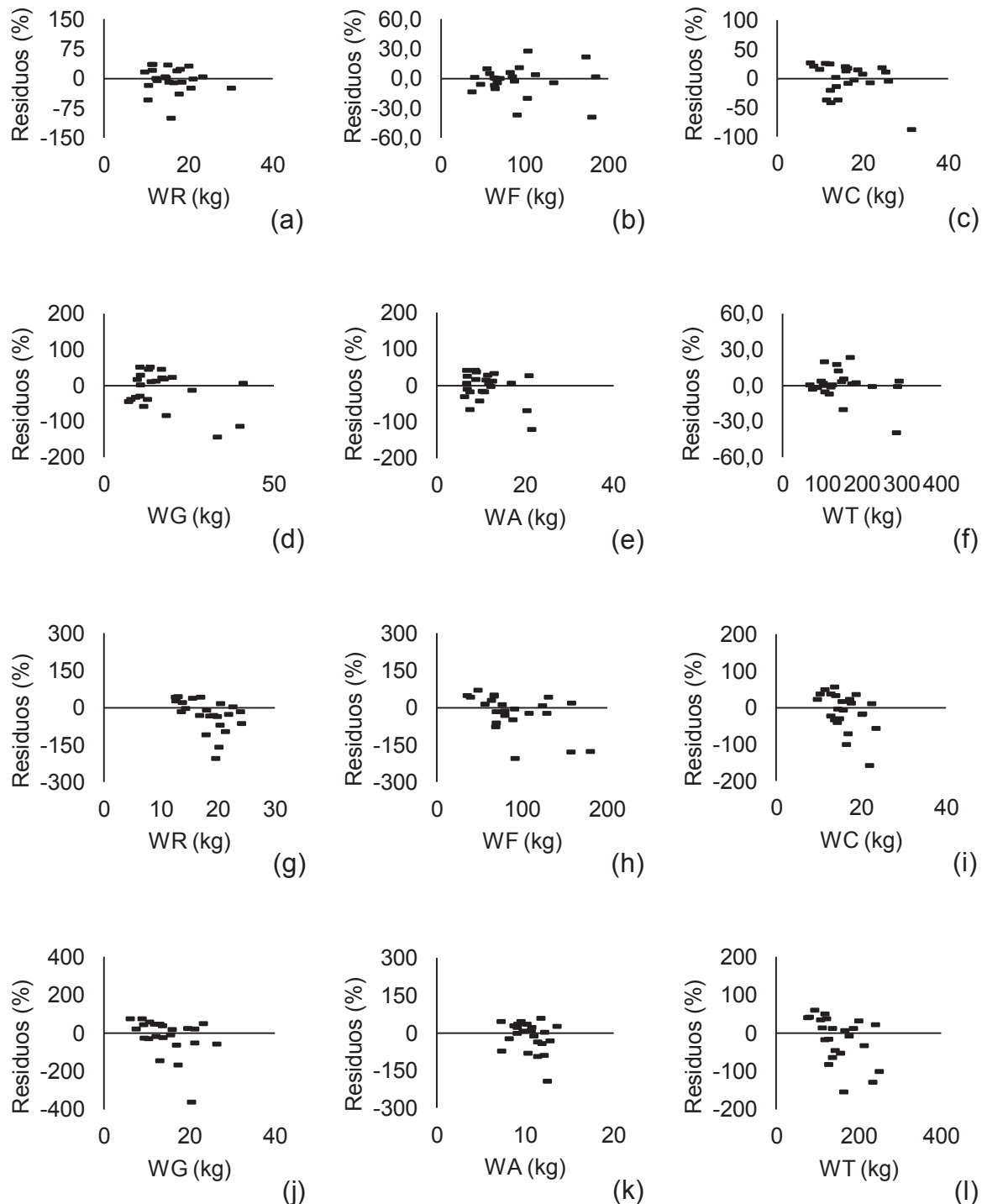
Em que: n = número de árvores em cada classe diamétrica; WR = biomassa das raízes; WF = biomassa do fuste; WC = biomassa da casca; WA = biomassa das acículas; WT = biomassa total.

FIGURA 17 – COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO (a, b, c, d, e e f) E PROCEDIMENTO *WNSUR* (g, h, i, j, k E l) QUANTO À DISPERSÃO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DA BIOMASSA ESTIMADA PARA OS COMPONENTES (WR, WF, WC, WG, WA) E WT NA CLASSE DIAMÉTRICA DE [1,91 – 16,23] cm.



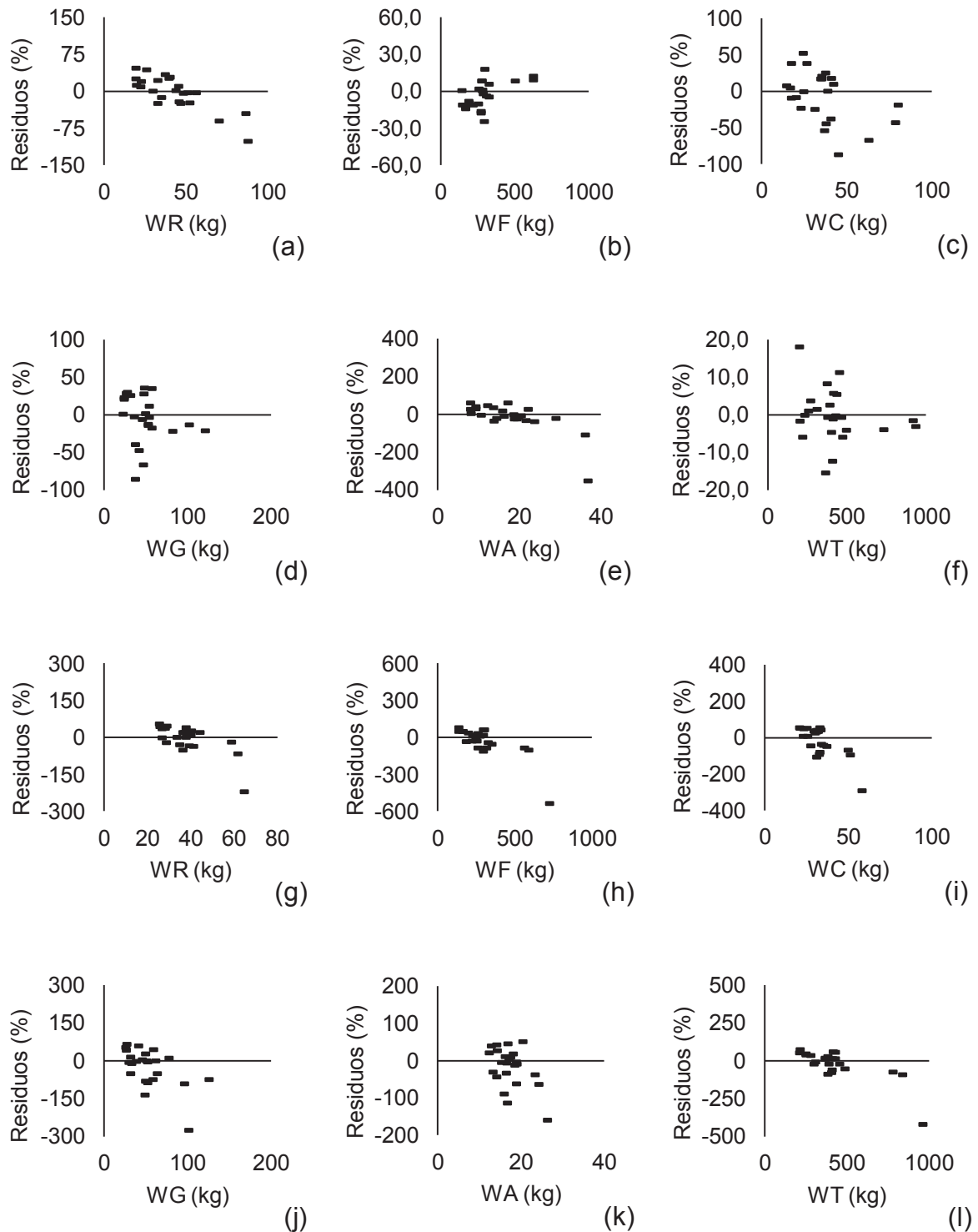
Em que: WR = biomassa das raízes; WF = biomassa do fuste; WC = biomassa da casca; WA = biomassa das acúlas; WT = biomassa total.

FIGURA 18 – COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO (a, b, c, d, e e f) E PROCEDIMENTO *WNSUR* (g, h, i, j, k e l) QUANTO À DISPERSÃO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DA BIOMASSA ESTIMADA PARA OS COMPONENTES (WR, WF, WC, WG, WA) E WT NA CLASSE DIAMÉTRICA DE]16,23 – 23,55] cm.



Em que: WR = biomassa das raízes; WF = biomassa do fuste; WC = biomassa da casca; WA = biomassa das acículas; WT = biomassa total.

FIGURA 19 – COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO (a, b, c, d, e e f) E PROCEDIMENTO *WNSUR* (g, h, i, j, k e l) QUANTO À DISPERSÃO DOS RESÍDUOS EM FUNÇÃO DA BIOMASSA ESTIMADA PARA OS COMPONENTES (WR, WF, WC, WG, WA) E WT NA CLASSE DIAMÉTRICA DE]23,55 – 40,27] cm.



Em que: WR = biomassa das raízes; WF = biomassa do fuste; WC = biomassa da casca; WA = biomassa das acículas; WT = biomassa total.

Adicionalmente, fazendo uma análise comparativa por meio das estimativas obtidas pelos estimadores por razão e regressão – *WNSUR* (TABELA 20, 21, 22, 23, 24 e 25), a modelagem por razão mostrou-se novamente propícia e superior em todas as classes diamétricas da biomassa dos componentes e biomassa total exceto na classe diamétrica 1 ([1,91 – 16,23] cm) dos componentes raízes e acículas e total e classe diamétrica 3 ([23,55 – 40,27] cm) do componente acículas em que a regressão (*WNSUR*) mostrou-se ligeiramente superior.

Diferentemente da regressão, na modelagem de biomassa por meio dos estimadores por razão, a aditividade dos componentes da biomassa arbórea foi plenamente alcançada de forma simples e natural. Segundo Péllico Neto e Behling (2019), é geralmente comum à aplicação de modelos de volume para a estimativa de biomassa. Como as variáveis biométricas independentes mensuradas nas árvores, geralmente o diâmetro a 1,30 m do solo (cm) e a altura (m), empregadas de forma isolada ou combinada na modelagem de biomassa, não têm a mesma unidade métrica que a variável dependente biomassa (kg), constitui um dos motivos para não se obter a aditividade de forma natural na modelagem de biomassa por regressão (TRAUTENMÜLLER, 2019).

Por sua vez, a modelagem por um modelo simples, usando estimativas de razão, não requer procedimentos adicionais para alcançar aditividade e acuidades obtidas são competitivas com aquelas obtidas pelos modelos de regressão (*WNSUR*). Neste caso, a suposição de que a unidade métrica das variáveis independentes deve assumir a mesma unidade métrica da variável dependente é assegurada e permite manter a propriedade desejada na modelagem de biomassa: a aditividade (PÉLLICO NETO E BEHLING, 2019), ou seja, sendo o coeficiente angular do componente m (R_m) estimado pelo quociente entre a biomassa do componente m (kg) e o volume total (m^3), a sua unidade métrica será kg/m^3 . Sendo a biomassa estimada pelo produto entre a razão do componente m (R_m) e volume total (m^3), obtém-se naturalmente a métrica da biomassa em kg.

TABELA 20 – COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO E PROCEDIMENTO *WNSUR* QUANTO ÀS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE PARA A BIOMASSA DAS RAÍZES NAS DIFERENTES CLASSES DIAMÉTRICA.

Classe de dap (cm)	Estatísticas	Razão	WNSUR	Diferenças (%)
[1,91 – 16,23]	Viés (kg)	1,84E-15	-0,04	100,00
	MAE (kg)	1,78	1,40	21,41
	MSE (kg ²)	6,03	3,21	46,72
	RMSE (kg)	2,46	1,79	27,01
]16,23 – 23,55]	Viés (kg)	0,41	-1,91	78,30
	MAE (kg)	3,24	6,14	47,24
	MSE (kg ²)	17,29	51,32	66,30
	RMSE (kg)	4,16	7,16	41,95
]23,55 – 40,27]	Viés (kg)	-1,32	2,32	43,07
	MAE (kg)	10,14	12,64	19,78
	MSE (kg ²)	204,93	257,75	20,49
	RMSE (kg)	14,32	16,05	10,83

Em que: dap = diâmetro a 1,3 m de altura; MAE = erro médio absoluto; MSE = erro quadrático médio; RMSE = raiz quadrada do erro quadrático médio; *WNSUR* = ajuste simultâneo ponderado.

TABELA 21 – COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO E PROCEDIMENTO *WNSUR* QUANTO ÀS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE PARA A BIOMASSA DO FUSTE NAS DIFERENTES CLASSES DIAMÉTRICA.

Classe de dap (cm)	Estatísticas	Razão	WNSUR	Diferenças (%)
[1,91 – 16,23]	Viés (kg)	-1,42E-16	1,92	100,00
	MAE (kg)	1,15	2,14	46,49
	MSE (kg ²)	2,93	7,39	60,37
	RMSE (kg)	1,71	2,72	37,05
]16,23 – 23,55]	Viés (kg)	0,03	-0,66	95,86
	MAE (kg)	10,19	37,58	72,88
	MSE (kg ²)	315,16	2422,74	86,99
	RMSE (kg)	17,75	49,22	63,93
]23,55 – 40,27]	Viés (kg)	1,65	0,50	69,66
	MAE (kg)	24,59	157,37	84,38
	MSE (kg ²)	1049,40	47021,69	97,77
	RMSE (kg)	32,39	216,84	85,06

Em que: dap = diâmetro a 1,3 m de altura; MAE = erro médio absoluto; MSE = erro quadrático médio; RMSE = raiz quadrada do erro quadrático médio; *WNSUR* = ajuste simultâneo ponderado.

TABELA 22 – COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO E PROCEDIMENTO *WNSUR* QUANTO ÀS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE PARA A BIOMASSA DA CASCA NAS DIFERENTES CLASSES DIAMÉTRICA.

Classe de dap (cm)	Estatísticas	Razão	WNSUR	Diferenças (%)
[1,91 – 16,23]	Viés (kg)	5,48E-16	-0,99	100,00
	MAE (kg)	0,86	1,51	43,25
	MSE (kg ²)	2,75	4,31	36,13
	RMSE (kg)	1,66	2,08	20,08
]16,23 – 23,55]	Viés (kg)	0,12	0,50	76,38
	MAE (kg)	2,93	5,41	45,75
	MSE (kg ²)	15,81	43,63	63,77
	RMSE (kg)	3,98	6,61	39,81
]23,55 – 40,27]	Viés (kg)	-1,28	2,33	44,86
	MAE (kg)	9,37	16,45	43,02
	MSE (kg ²)	144,86	350,41	58,66
	RMSE (kg)	12,04	18,72	35,70

Em que: dap = diâmetro a 1,3 m de altura; MAE = erro médio absoluto; MSE = erro quadrático médio; RMSE = raiz quadrada do erro quadrático médio; *WNSUR* = ajuste simultâneo ponderado.

TABELA 23 – COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO E PROCEDIMENTO *WNSUR* QUANTO ÀS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE PARA A BIOMASSA DOS GALHOS NAS DIFERENTES CLASSES DIAMÉTRICA.

Classe de dap (cm)	Estatísticas	Razão	WNSUR	Diferenças (%)
[1,91 – 16,23]	Viés (kg)	-8,45E-18	1,33	100,00
	MAE (kg)	1,20	1,41	15,00
	MSE (kg ²)	4,06	3,49	14,05
	RMSE (kg)	2,02	1,87	7,29
]16,23 – 23,55]	Viés (kg)	0,12	2,05	93,99
	MAE (kg)	5,87	7,80	24,70
	MSE (kg ²)	65,59	90,44	27,47
	RMSE (kg)	8,10	9,51	14,84
]23,55 – 40,27]	Viés (kg)	-0,40	-4,51	91,11
	MAE (kg)	10,02	20,69	51,57
	MSE (kg ²)	154,17	802,26	80,78
	RMSE (kg)	12,42	28,32	56,16

Em que: dap = diâmetro a 1,3 m de altura; MAE = erro médio absoluto; MSE = erro quadrático médio; RMSE = raiz quadrada do erro quadrático médio; *WNSUR* = ajuste simultâneo ponderado.

TABELA 24 – COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO E PROCEDIMENTO *WNSUR* QUANTO ÀS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE PARA A BIOMASSA DAS ACÍCULAS NAS DIFERENTES CLASSES DIAMÉTRICA.

Classe de dap (cm)	Estatísticas	Razão	WNSUR	Diferenças (%)
[1,91 – 16,23]	Viés (kg)	-6,06E-16	-0,18	100,00
	MAE (kg)	1,71	1,23	28,08
	MSE (kg ²)	6,10	3,17	48,10
	RMSE (kg)	2,47	1,78	27,96
]16,23 – 23,55]	Viés (kg)	0,36	0,66	45,51
	MAE (kg)	3,05	4,02	24,25
	MSE (kg ²)	17,12	26,94	36,46
	RMSE (kg)	4,14	5,19	20,29
]23,55 – 40,27]	Viés (kg)	-0,53	-0,29	44,93
	MAE (kg)	6,46	5,65	12,49
	MSE (kg ²)	90,36	55,87	38,17
	RMSE (kg)	9,51	7,47	21,37

Em que: dap = diâmetro a 1,3 m de altura; MAE = erro médio absoluto; MSE = erro quadrático médio; RMSE = raiz quadrada do erro quadrático médio; *WNSUR* = ajuste simultâneo ponderado.

TABELA 25 – COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMADORES POR RAZÃO E PROCEDIMENTO *WNSUR* QUANTO ÀS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE PARA A BIOMASSA TOTAL NAS DIFERENTES CLASSES DIAMÉTRICA.

Classe de dap (cm)	Estatísticas	Razão	WNSUR	Diferenças (%)
[1,91 – 16,23]	Viés (kg)	-1,11E-15	2,06	100,00
	MAE (kg)	4,12	3,66	11,02
	MSE (kg ²)	37,43	27,01	27,85
	RMSE (kg)	6,12	5,20	15,06
]16,23 – 23,55]	Viés (kg)	1,04	0,64	38,51
	MAE (kg)	12,12	56,40	78,51
	MSE (kg ²)	489,35	4543,13	89,23
	RMSE (kg)	22,12	67,40	67,18
]23,55 – 40,27]	Viés (kg)	-1,88	0,35	81,34
	MAE (kg)	18,55	201,36	90,79
	MSE (kg ²)	586,75	75391,52	99,22
	RMSE (kg)	24,22	274,58	91,18

Em que: dap = diâmetro a 1,3 m de altura; MAE = erro médio absoluto; MSE = erro quadrático médio; RMSE = raiz quadrada do erro quadrático médio; *WNSUR* = ajuste simultâneo ponderado.

5 CONCLUSÕES

As equações obtidas por meio do ajuste independente dos modelos alométricos não são aditivas, ou seja, são isentas de consistência biológica.

As equações obtidas de forma simultânea são biologicamente consistentes garantindo que a soma das estimativas da biomassa dos componentes corresponda à estimativa da biomassa total.

Embora os coeficientes de regressão sejam numericamente diferentes entre o ajuste independente e ajuste simultâneo, observa-se pouca alteração das estatísticas de apuramento da qualidade de ajuste com aplicação dos procedimentos da modelagem simultânea. Contudo, avaliando a magnitude da falta de aditividade por hectare, percebe-se que o ajuste independente gera estimativas bastante errôneas.

Na modelagem de biomassa por meio dos estimadores por razão, a aditividade dos componentes da biomassa arbórea foi plenamente alcançada de forma simples e natural.

Comparativamente a regressão, a modelagem por razão mostrou-se apropriada, promissora e superior em quase todas as classes diamétricas da biomassa dos componentes e biomassa total exceto na classe diamétrica 1 ([1,91 – 16,23] cm) dos componentes raízes e acículas e total e classe diamétrica 1 ([23,55 – 40,27] cm) do componente acículas em que a regressão (WNSUR) mostrou-se ligeiramente superior.

Pela sua simplicidade de aplicação e por garantir a satisfação da premissa de aditividade de forma natural, os estimadores por razão são uma ferramenta a ter em conta em trabalhos visando à modelagem da biomassa florestal.

6 CONSIDERAÇÕES E RECOMENDAÇÕES

Devido a forte, positiva e significativa correlação apresentada entre a biomassa dos componentes e biomassa total com o diâmetro da copa e altura da copa, recomenda-se testar cada vez mais estas variáveis em estudos de modelagem de biomassa florestal.

Por garantir consistência biológica das estimativas, ou seja, que a soma das estimativas da biomassa dos componentes corresponda à estimativa da biomassa total (aditividade), recomenda-se que nos trabalhos futuros visando estimar a biomassa florestal sejam aplicados os procedimentos do ajuste simultâneo ou estimadores por razão, preferencialmente os estimadores por razão por garantir a aditividade de forma simples e natural.

Dado que a heteroscedasticidade dos resíduos é um problema comum nas relações alométricas de biomassa, causando ineficiência dos estimadores e consequentemente gerando inferências errôneas, recomenda-se ponderar as equações de biomassa por meio da modelagem da estrutura de variância quando aplicado o ajuste simultâneo ou estratificação dos dados quando aplicada a razão.

Que nos próximos estudos objetivando aplicar os estimadores por razão, seja feita a cubagem rigorosa das árvores amostradas com vista a derivar os coeficientes angulares baseando-se nesses volumes e não por meio de volumes estimados por uma equação do volume, conforme foi feito neste estudo por falta de dados de cubagem da amostra originária do estudo.

REFERÊNCIAS

- BALBINOT, R.; VALÉRIO, Á. F.; SANQUETTA, C. R.; CALDEIRA, M. V. W.; SILVESTRE, R. Estoque de carbono em plantações de *Pinus* spp. em diferentes idades no sul do estado do Paraná. **Floresta**, v. 38, n. 2, 2008.
- BEHLING, A.; NETTO, S. P.; SANQUETTA, C. R.; CORTE, A. P. D.; AFFLECK, D. L.; RODRIGUES, A. L.; BEHLING, M. Critical analyses when modeling tree biomass to ensure additivity of its components. **Anais da Academia Brasileira de Ciências**, v. 90, n. 2, p. 1759-1774, 2018.
- BEHLING, A. **Modelagem da biomassa de árvores para assegurar aditividadedoss seus componentes**. Universidade Federal do Paraná. Tese apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Florestal, no Curso de Pós Graduação em Engenharia Florestal, Área de concentração de Manejo Florestal, Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 119p, 2016.
- BEHLING, A.; SANQUETTA, C. R.; CORTE, A.; SIMON, A. A.; NUNES, G. S. Equações simultâneas para estimativa da biomassa em plantios comerciais de acácia-negra. **Enciclopédia Biosfera**, v. 8, n. 15, p. 853-860, 2012.
- BERGER, G. **Biomassa e nutrientes em plantios de erva-mate (*Ilex paraguariensis* A. ST.-Hil.), no município de Nova Prata, RS**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Florestal, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2006.
- BI, H.; TURNER, J.; LAMBERT, M. J. Additive biomass equations for native eucalypt forest trees of temperate Australia. **Trees**, v. 18, n. 4, p. 467-479, 2004.
- BIRDSEY, R. A. Carbon accounting rules and guidelines for the United States forest sector. **Journal of Environmental Quality**, v. 35, n. 4, p. 1518-1524, 2006.
- BOMBELLI, A.; AVITABILE, V.; BALZTER, H.; MARCHESINI, L. B.; BERNOUX, M.; BRADY, M.; HEROLD, M. **Biomass: Assessment of the status of the development of the standards for the terrestrial essential climate variables**. Food and Agriculture Organization-Global Terrestrial Observation System. GTOS, Rome, 2009.
- BROWN, S. Measuring carbon in forests: current status and future challenges. **Environmental pollution**, v. 116, n. 3, p. 363-372, 2002.
- BROWN, S. **Estimating biomass and biomass change of tropical forests: a primer**. Food and Agriculture Org (FAO), 1997.
- CALDEIRA, M. V. W.; WATZLAWICK, L. F.; VIERA, M., BALBINOT, R.; Castro, K. C. Biomassa e carbono orgânico em povoamentos de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze. **Ciência Florestal**, v. 25, n. 4, p. 1027-1034, 2015.

CALDEIRA, M. V. W.; SOARES, R. V.; MARQUES, R. WISNIEWSKI, C. Biomassa e nutrientes em *Myrsine ferruginea* (Ruiz & Pav.) Mez e *Myrsine umbellata* Mart. **Floresta**, v. 33, n. 3, 2003.

CARVALHO, J. P. Uso da propriedade da aditividade de componentes de biomassa individual de *Quercus pyrenaica* Willd. com recurso a um sistema de equações não-linear. **Silva Lusitana**, v. 11, n. 2, p. 141-152, 2003.

CHIYENDA, S. S.; KOZAK, A. Additivity of component biomass regression equations when the underlying model is linear. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 14, n. 3, p. 441-446, 1984.

COCHRAN, W. G. **Sampling Techniques (3th edition)**. New York: Yohn Wiley & Sons, 1977.

COLE, T.G.; EWEL, J. J. Allometric equations for four valuable tropical tree species. **Forest Ecology and Management**, v. 229, n. 1-3, p. 351-360, 2006.

COUTINHO, V. M.; SANQUETTA, C. R.; SANQUETTA, M. N. I.; RODRIGUES, A. L.; CORTE, A. P. D. Equações tradicionais e simultâneas para biomassa de compartimentos aéreos de *Cryptomeria japonica* (LF) D. DON. **Rev. Bras. Biom.**, Lavras, v.35, n.1, p.58-75, 2017.

CUNIA, T.; BRIGGS, R. D. Forcing additivity of biomass tables: some empirical results. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 14, n. 3, p. 376-384, 1984.

DONG, L.; ZHANG, L.; LI, F. Additive Biomass Equations Based on Different Dendrometric Variables for Two Dominant Species (*Larix gmelini* Rupr. and *Betula platyphylla* Suk.) in Natural Forests in the Eastern Daxing'an Mountains, Northeast China. **Forests**, v. 9, n. 5, p. 261, 2018.

DONG, L.; ZHANG, L.; LI, F. Developing additive systems of biomass equations for nine hardwood species in Northeast China. **Trees**, v. 29, n. 4, p. 1149-1163, 2015.

DONG, L.; ZHANG, L.; LI, F. A compatible system of biomass equations for three conifer species in Northeast, China. **Forest ecology and management**, v. 329, p. 306-317, 2014.

ENES, T.; FONSECA, T.. Quantificação da Biomassa em Pinhal Bravo recorrendo a Fatores de Conversão e Expansão (BCEFS). **Silva Lusitana**, v. 21, n. 1, p. 73-85, 2013.

FAO. **Global Forests Resources Assessment 2010: Main Report**. Rome: UN Food and Agriculture Organization, 2010.

GELFAND, S. J. **Understanding the Impact of Heteroscedasticity on the Predictive Ability of Modern Regression Methods**. University of Calgary, Faculty of Science, Department of Statistical and Actuarial Science. Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science, 54p, 2015.

GOWER, S. T.; KUCHARIK, C. J.; NORMAN, J. M. Direct and indirect estimation of leaf area index, f_{APAR} , and net primary production of terrestrial ecosystems. **Remote sensing of environment**, v. 70, n. 1, p. 29-51, 1999.

HAQ, A.; SHABBIR, J. An improved estimator of finite population mean when using two auxiliary attributes. **Applied Mathematics and Computation**, v. 241, p. 14-24, 2014.

HIGA, R. C. V.; Cardoso, D. J.; ANDRADE, G. de C.; ZANATTA, J. A.; Rossi, L. M. B.; PULROLNIK, K.; SALIS, S. M. de. **Protocolo de medição e estimativa de biomassa e carbono florestal**. Colombo: Embrapa Florestas, 2014.

HIGUCHI, N.; SANTOS, J. Dos; LIMA, A. J. N. **Biometria florestal**. Instituto nacional de pesquisas da Amazônia coordenação de pesquisas em silvicultura tropical laboratório de manejo florestal-IMF. Manaus-AM, 141p, 2008.

HOUGHTON, R. A.; HALL, Forrest; GOETZ, Scott J. Importance of biomass in the global carbon cycle. **Journal of Geophysical Research: Biogeosciences**, v. 114, n. G2, 2009.

HUONG, D. T. T.; THU, D. H.; QUANG, T. M.; MANH, N. H.; XUAN, B. T. T.; DUNG, N. T. Allometric relations between biomass and diameter at breast height and height of tree in natural forests at Me Linh Station for Biodiversity, Vinh Phuc Province, Vietnam. **J. Viet. Env.** v. 9, n. 5, pp264-271, 2017.

IBÁ. **Relatório 2017**. São Paulo. 2017.

IPCC. **Good practice guidance for land use, land-use change and forestry**. Institute for Global Environmental Strategies, Hayama, Kanagawa, Japan. 2003. Disponível em: <http://www.ipcc-nggip.iges.or.jp/public/gpplulucf/gpplulucf.htm>, IPCC. Guidelines for National Greenhouse Gas Inventories. Em CD ou no site: www.ipcc.ch. **Guia de Boas Práticas**. 2006.

IPCC. Climate Change. Working Group I: The Scientific Basis. **Third Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change**. New York, Cambridge Univ. Press, 2001.

KADILAR, C.; CINGI, H. Ratio estimators for the population variance in simple and stratified random sampling. **Applied Mathematics and Computation**, v. 173, n. 2, p. 1047-1059, 2006.

KOZAK, A. Methods for ensuring additivity of biomass components by regression analysis. **The Forestry Chronicle**, v. 46, n. 5, p. 402-405, 1970.

KRALICEK, K.; HUY, B.; POUDEL, K. P.; TEMESGEN, H.; SALAS, C. Simultaneous estimation of above-and below-ground biomass in tropical forests of Viet Nam. **Forest ecology and management**, v. 390, p. 147-156, 2017.

LI, H.; ZHAO, P. Improving the accuracy of tree-level aboveground biomass equations with height classification at a large regional scale. **Forest ecology and management**, v. 289, p. 153-163, 2013.

LIN, J. G.; WEI, B. C. Testing for heteroscedasticity in nonlinear regression models. **Communications in Statistics-Theory and Methods**, v. 32, n. 1, p. 171-192, 2003.

MAGALHÃES, T. M.; SEIFERT, T. Biomass modelling of *Androstachys johnsonii* Prain: a comparison of three methods to enforce additivity. **International Journal of Forestry Research**, v. 2015.

MAIA, A. G. **Econometria: conceitos e aplicações**. São Paulo: Editora Sant Paul, Aula 10 e 11 - Cap. 12: Heterocedasticidade, 2017. Disponível em: <<http://www4.eco.unicamp.br/docentes/gori/index.php/105-menu-principal/304-econometria-i>>. Acesso em: out. 2019.

MARTINELLI, L. A.; MOREIRA, M. Z.; BROWN, I. F.; VICTORIA, R. L. Incertezas associadas às estimativas de biomassa em florestas tropicais. Seminário emissão x Sequestro de co2: uma nova oportunidade de negócios para o brasil, Rio De Janeiro. **Anais**. Rio de Janeiro: CURD, p. 197-221, 1994.

NICKLESS, A.; SCHOLLES, R. J.; ARCHIBALD, S. A method for calculating the variance and confidence intervals for tree biomass estimates obtained from allometric equations. **South African Journal of Science**, v. 107, n. 5-6, p. 86-95, 2011.

OLIVEIRA, T. W. G. de; LIMA, E. M.; SANQUETTA, C. R.; CORTE, A. P. D. ajuste simultâneo na predição de biomassa aérea em *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze. **BIOFIX Scientific Journal**, v. 1, n. 1, p. 137-144, 2018.

PARRESOL, B. R. Additivity of nonlinear biomass equations. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 31, n. 5, p. 865-878, 2001.

PARRESOL, B. R. Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical comparisons. **Forest science**, v. 45, n. 4, p. 573-593, 1999.

PÉLLICO NETTO, S.; BEHLING, A. Additivity of tree biomass components using ratio estimate. **Anais da Academia Brasileira de Ciências**, v. 91, n. 3, 2019.

PERES-NETO, P. Introdução a análises morfométricas. **Oecologia Brasiliensis**, v. 2, n. 1, p. 3, 1995.

PUC-RIO Certificação Digital Nº 0913085/CA disponível em https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/18319/18319_5.PDF

REED, D.; GREEN, E.J. A method of forcing additivity of biomass tables when using nonlinear models. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 15, n. 6, p. 1184-1187, 1985.

SAIDELLES, F. L. F. 2005. **Determinação da biomassa e altura de amostragem para a quantificação de Nutrientes em *Acacia mearnsii* De Wild.** Doutorado em Engenharia Florestal. Santa Maria, RS, Brasil. 97p.

SANQUETTA, C. R.; BALBINOT, R.; ZILIOOTTO, M. A. B. **Fixação de Carbono: atualidades, projetos e pesquisas.** Curitiba, Brasil. 2004.

SANQUETTA, C. R.; BEHLING, A.; CORTE, A. P. D.; NETTO, S. P.; SCHIKOWSKI, A. B.; AMARAL, M. K. Do. Simultaneous estimation as alternative to independent modeling of tree biomass. **Annals of forest science**, v. 72, n. 8, p. 1099-1112, 2015.

SCHIKOWSKI, A. B.; CORTE, A. P. D.; SANQUETTA, C. R. Modelagem do crescimento e da biomassa individual de Pinus. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v.33, n.75, p.269-278, 2013.

SHI, L.; LIU, S. Shirong. Methods of estimating forest biomass: A review. In: **Biomass Volume Estimation and Valorization for Energy**. IntechOpen, 2017.
SILVEIRA, P.; KOEHLER, H. S.; SANQUETTA, C. R.; ARCE, J. E. O estado da arte na estimativa de biomassa e carbono em formações florestais. **Floresta**, v. 38, n. 1, 2008.

SINGH, H. P.; ESPEJO, M. R. On linear regression and ratio-product estimation of a finite population mean. **Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)**, v. 52, n. 1, p. 59-67, 2003.

SOCHER, L. G.; RODERJAN, C. V.; GALVÃO, F. Biomassa aérea de uma Floresta Ombrófila Mista aluvial no município de Araucária (PR). **Floresta**, v.38, n.2, p.245-252, 2008.

SOMOGYI, Z.; CIENCIALA, E.; MÄKIPÄÄ, R.; MUUKKONEN, P.; LEHTONEN, A.; WEISS, P. Indirect methods of large-scale forest biomass estimation. **European Journal of Forest Research**, v. 126, n. 2, p. 197-207, 2007.

SPIESS, A. N.; NEUMEYER, N. An evaluation of R^2 as an inadequate measure for nonlinear models in pharmacological and biochemical research: a Monte Carlo approach. **BMC pharmacology**, v. 10, n. 1, p. 6, 2010.

TRAUTENMÜLLER, J.W. **Correlações e estimadores de biomassa acima do solo em florestas no Sul do Brasil.** Universidade Federal do Paraná. Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, do Setor de Ciências Agrárias, da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Florestal. 109p, 2019.

UBIALLI, J. A. **Tabelas de volume para *Pinus taeda* L. nos principais eixos de reflorestamento do Estado do Paraná.** Dissertação submetida à consideração da Comissão Examinadora, como requisito parcial na obtenção do Título de "Mestre em Ciências - M.Sc.", no Curso de Pós- Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrarias da Universidade Federal do Paraná, 1981.

WANG, X.; FANG, J.; TANG, Z.; ZHU, B. Climatic control of primary forest structure and DBH-height allometry in Northeast China. **Forest ecology and management**, v. 234, n. 1-3, p. 264-274, 2006.

WHITE, H. A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. **econometrica**, v. 48, n. 4, p. 817-838, 1980.